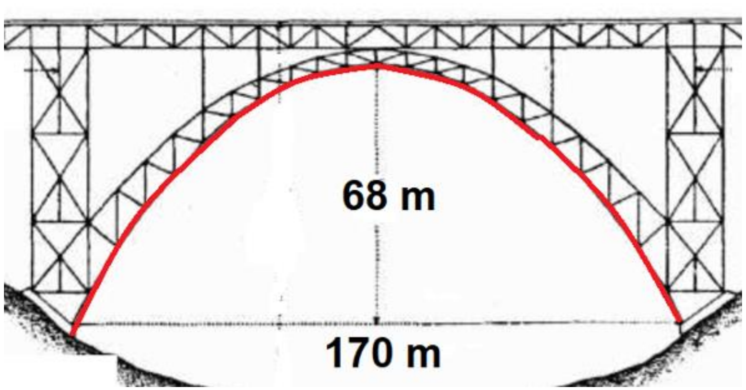
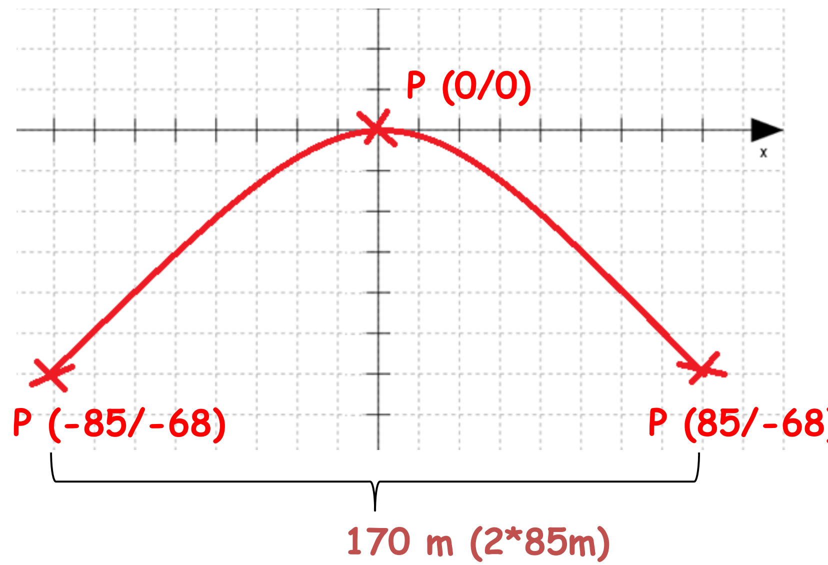
Hilfe

Textaufgaben lösen

1.) Eine Skizze der Parabel in ein Koordinatensystem zeichnen, (denn um eine Funktionsgleichung aufzustellen benötigst du natürlich verschiedene Punkte)

2.) Anhand der Angaben in der Zeichnung, Punkte im Koordinatensystem bestimmen.

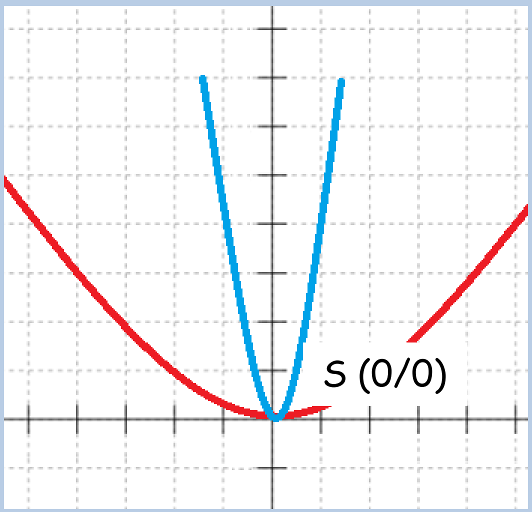




3.) Nun musst du entscheiden, welche Form der Quadratischen Funktion du brauchst

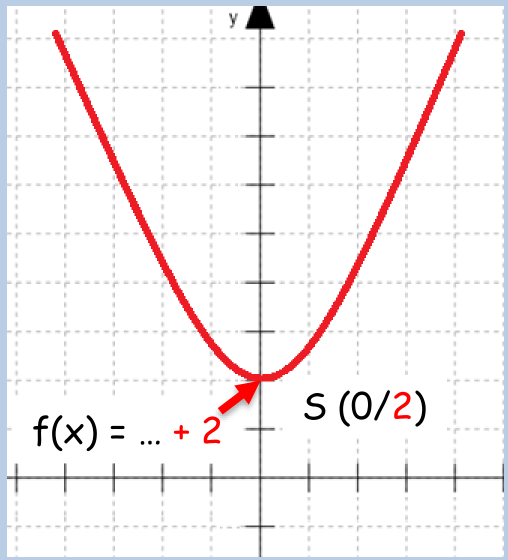
$f(x) = ax^2$

„a“ steht dafür, wie weit/eng die Parabel geöffnet ist.
Ist a negativ, ist die Parabel nach unten geöffnet.
Der Scheitelpunkt liegt bei S (0/0).



$f(x) = ax^2 + c$

Der Unterschied zu $f(x) = ax^2$ liegt darin, dass der Scheitel-punkt der Parabel auf „c“ liegt also P (0/c).

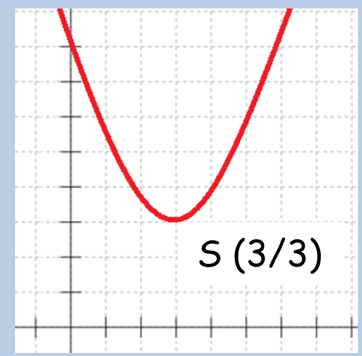


$f(x) = (x + d)^2 + e$

Der Scheitelpunkt der Normalparabel liegt nicht auf der y-Achse sondern wurde verschoben. S(-d/e)

Es gilt $f(x) = a \cdot (x + d)^2 + e$, wenn es sich nicht um eine Normalparabel handelt, sondern die Parabel weiter/enger geöffnet ist.

Nicht vergessen: Wenn du den Scheitelpunkt S (-d/e) in die obere Funktion einsetzt, musst du bei „d“ das Vorzeichen tauschen.

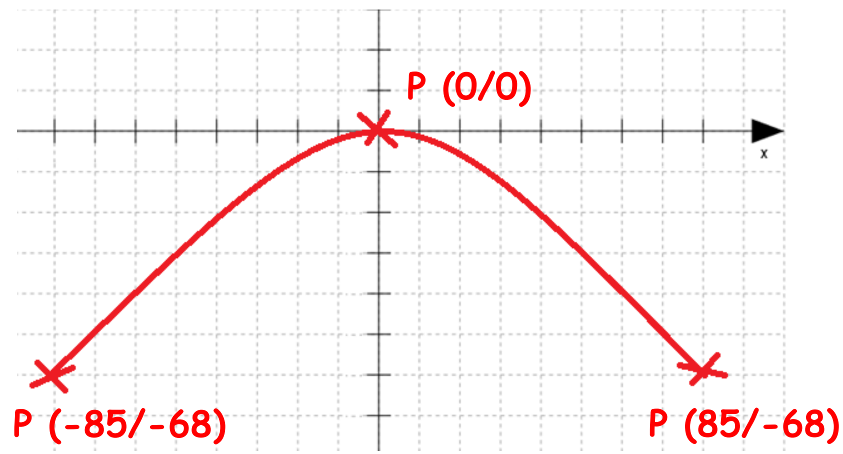


→ $f(x) = (x-3)^2 + 3$

In diesem Fall ist es eine Parabel (die breiter ist als eine Normalparabel), die den Scheitelpunkt auf S (0/0) hat. Also brauchen wir <u>$f(x) = ax^2$</u> (kein „+c“, da der Scheitelpunkt auf P (0/0) liegt)

Nun setzt man einen der Punkte in die Gleichung ein (Merke: Es gilt P (x/y) bzw. P (x/f(x))

P (85/-68) einsetzen



→ $-68 = a \cdot 85^2$

$-68 = 7225 \cdot a$

$-68 : 7225 = a$

$a \approx -0{,}009$ oder $-\frac{68}{7225}$

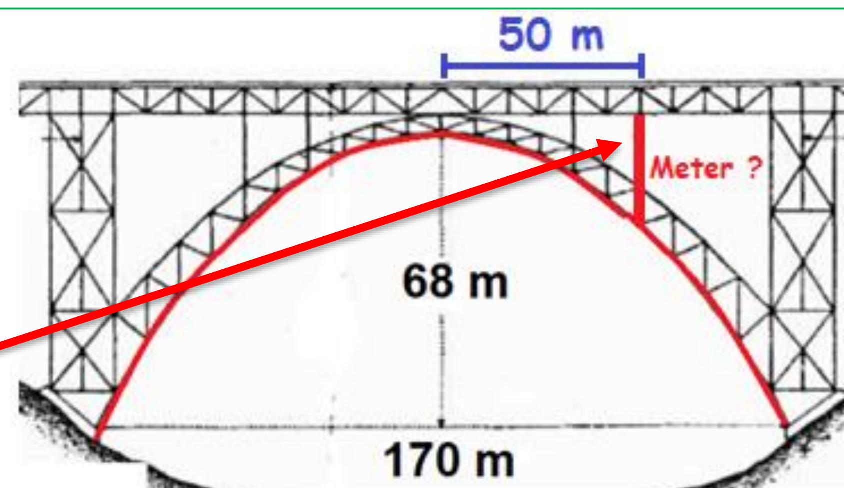
a in die Gleichung einsetzen:

→ <u>$f(x) = 0{,}009x^2$</u>

Was kann ich nun mit der Lösung anfangen?

Mit dem „x“ in der Gleichung kann ich durch einsetzen herausfinden wie lang („y“) z.B. ein Pfeiler an einer bestimmten Stelle an der Brücke ist.

<u>Beispiel – bei 50m:</u> $f(x) = 0{,}009 \cdot (50)^2 = \underline{22{,}5m}$

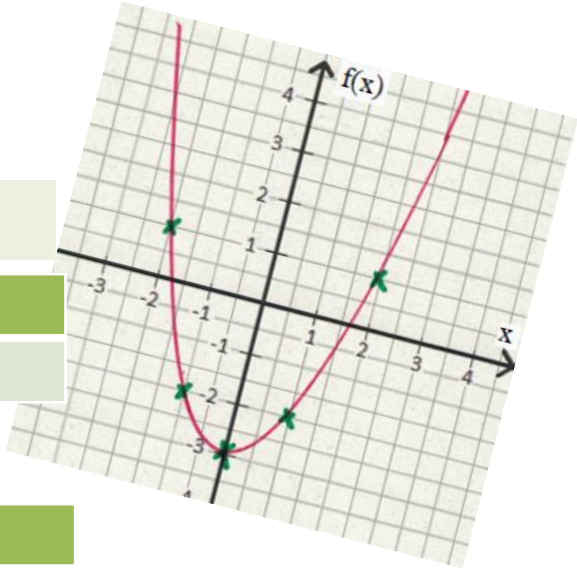


Station 1	Wertetabelle anlegen und ablesen	Thema 1

1. Aufgabe: Berechne alle fehlenden Funktionswerte. Achtung bei den Klammern!

	-2	-1	0	1	2
$f(x) = x^2$	$f(x) = (-2)^2 = \dots$				
$f(x) = 2x^2$	$f(x) = 2 \cdot (-2)^2 = \dots$				
$f(x) = -x^2$	$f(x) = -(\dots)^2$				
$f(x) = x^2 + 4$					

Punkt P (x/y) einzeichnen:
x → Links/rechts
y → hoch/runter



2. Aufgabe: Berechne und zeichne die Parabel.

	-2	-1	0	1	2
$f(x) = 3x^2$	12				

P (-2/12)

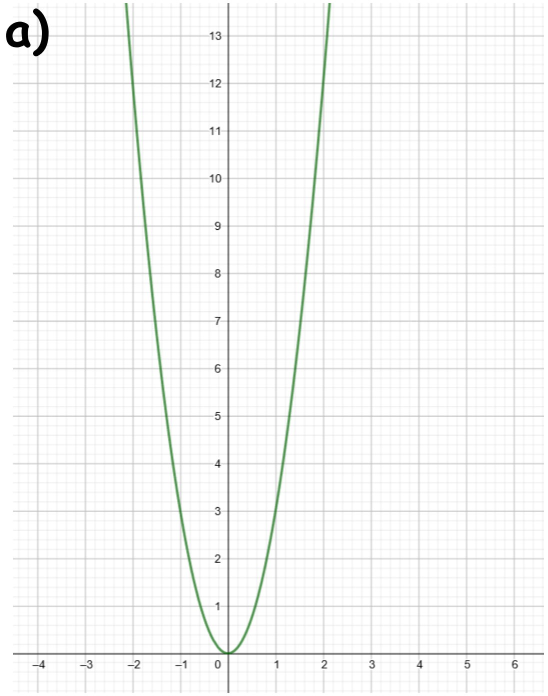
	-2	-1	0	1	2
$f(x) = x^2 + 2$					

Lösung

Aufgabe 1

	-2	-1	0	1	2
$f(x) = x^2$	4	1	0	1	4
$f(x) = 2\,x^2$	8	2	0	2	8
$f(x) = -\,x^2$	-4	-1	0	-1	-4
$f(x) = x^2 + 4$	8	5	4	5	8

a)



Aufgabe 2

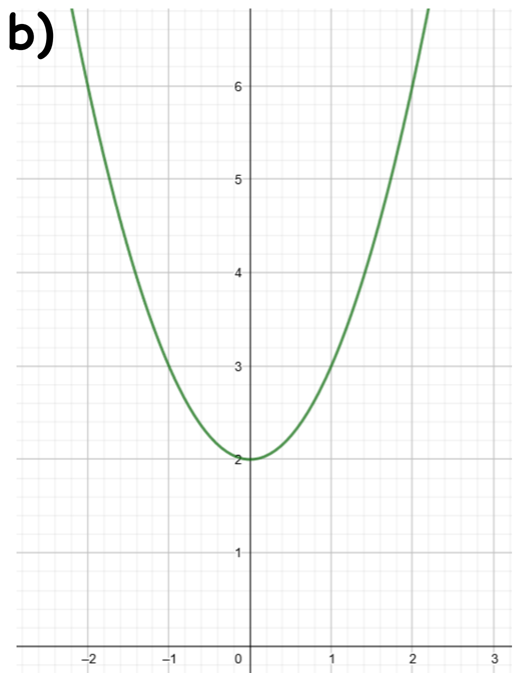
a)

	-2	-1	0	1	2
$f(x) = 3x^2$	12	3	0	3	12

b)

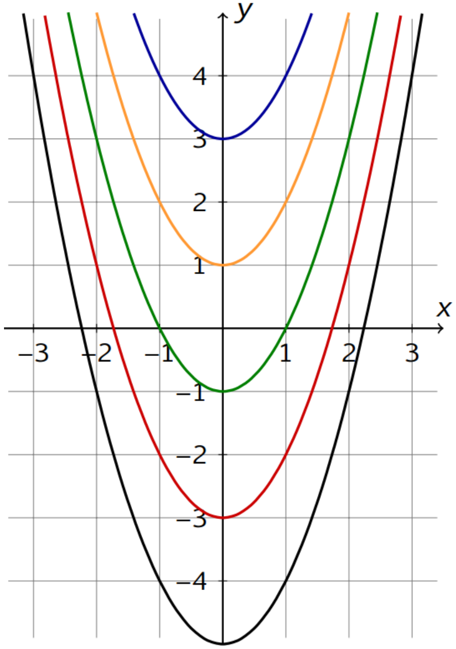
	-2	-1	0	1	2
$f(x) = x^2 + 2$	6	3	2	3	6

b)



Station 2 | **Quadratische Funktion der Form $f(x) = x^2 + c$** | **Thema 1**

1. Aufgabe: Rechts im Bild wurde die Normalparabel auf der y-Achse um „+/-c" verschoben. Gib die Funktionsgleichung der Parabel an (wie in a)



blau: $f(x) = x^2 + 3$
gelb: $f(x) = x^2 + \ldots$
grün: $f(x) =$
…

2. Aufgabe: Wie heißt die Funktionsgleichung der verschobenen Normalparabel?

a) S(0/5) **b)** S(0/-2) **c)** S(0/$\frac{3}{4}$) **d)** S(0/-6,32)

3. Aufgabe: Liegen die Punkte P (x/y) auf der gegebenen Parabel? Setze den gegebenen Wert für x ein und überprüfen ob f(x) bzw. y stimmt.

a) $f(x) = 2x^2 + 1$ P(2/9)

$f(x) = 2\cdot(2)^2 + 1$

$f(x) = 9$ *„Stimmt!"*

b) $f(x) = x^2 - 1$ P(3/8)

c) $f(x) = 3x^2 - 25$ P(5/40)

d) $f(x) = 2x^2 + 5$ P(-2/13)

e) $f(x) = -x^2 - 3$ P(1/-4)

Lösung

Aufgabe 1

blau: $f(x) = x^2 + 3$
gelb: $f(x) = x^2 + 1$
grün: $f(x) = x^2 - 1$
rot: $f(x) = x^2 - 3$
Schwarz: $f(x) = x^2 - 5$

Aufgabe 2

a) $S(0/5)$
$f(x) = x^2 + 5$

b) $S(0/-2)$
$f(x) = x^2 - 2$

c) $S(0/\frac{3}{4})$
$f(x) = x^2 + \frac{3}{4}$

d) $S(0/-6{,}32)$
$f(x) = x^2 - 6{,}32$

Aufgabe 3

b) Stimmt

c) Falsch $P(5/40) \rightarrow P(5/50)$

d) Stimmt

e) $f(x) = -(1^2) - 3 = -1 - 3 = -4$ Stimmt

Station 3

Quadratische Funktion der Form $f(x) = ax^2 + c$

Thema 2

1. Aufgabe: Gib die Funktionsgleichung der Parabel in der Form $f(x)=ax^2+c$ an.
Achtung: Manchmal musst du „a“ und manchmal „c“ einsetzen.

a) $a = 5$; P(2/4)

$f(x) = ax^2 + c$

$\_\_\_ = \_\_\_ \cdot \_\_\_^2 + c$

b) a = -0,5; P (0/4)

c) c = 1; P (2/2)

d) a = -3; P (1/-5)

e) c = 2; P (4/10)

Kein „…+c“.
Verläuft also durch den Nullpunkt/Ursprung

2. Aufgabe: Eine Parabel mit der Funktionsgleichung $f(x)=ax^2$ verläuft durch den Punkt P(x/y). Bestimme die Parabelgleichung.

a) P (1/3)

$f(x) = ax^2$

$\_\_\_ = a \cdot \_\_\_^2$

b) P (4/5)

c) P (-2/6)

d) P (1/-2,5)

Lösung

Aufgabe 1

a) $f(x) = 5x^2 - 16$ b) $f(x) = -0{,}5x^2 + 4$ c) $f(x) = 0{,}25x^2 + 1$

d) $f(x) = -3x^2 - 2$ e) $f(x) = 0{,}5x^2 + 2$

Aufgabe 2

a) P(1/3)

$f(x) = a \cdot x^2$

$3 = a \cdot 1^2$

$3 = a$

$f(x) = 3x^2$

b) P(4/5)

$f(x) = a \cdot x^2$

$5 = a \cdot 4^2$

$5 = 16a$

$f(x) = 0{,}3125x^2$

c) P(-2/6)

$f(x) = a \cdot x^2$

$6 = a \cdot (-2)^2$

$6 = 4a$

$f(x) = 1{,}5\,x^2$

d) P(1/-2,5)

$f(x) = a \cdot x^2$

$-2{,}5 = a \cdot 1^2$

$-2{,}5 = a$

$f(x) = -\,2{,}5x^2$

Station 4

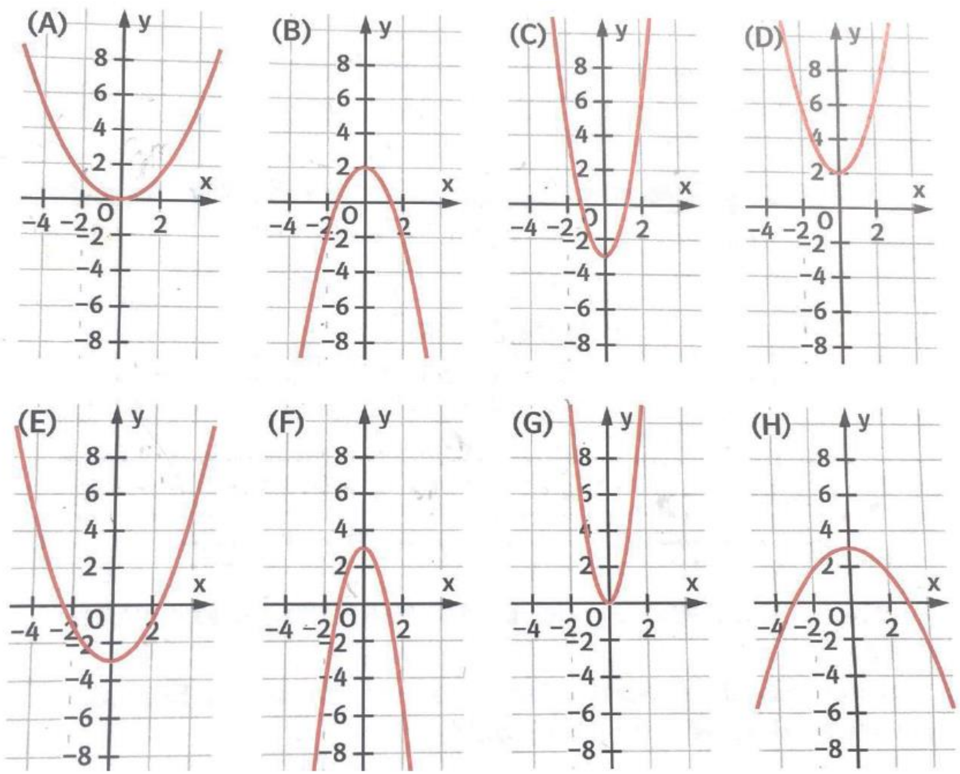
Quadratische Funktion der Form $f(x) = ax^2 + c$

Thema 2

1. Aufgabe: Wo ist der Scheitelpunkt der Parabel? Ist sie breit oder schmal? Ist sie nach oben oder unten geöffnet?

a) $f(x) = 5x^2 + 1$ b) $f(x) = -0{,}4x^2 + 3$ c) $f(x) = 3x^2 - 1$ d) $f(x) = 0{,}1x^2 + 4$

2. Aufgabe: Welches Schaubild gehört zu welcher Funktionsgleichung? Nutze dazu dein Wissen über den y-Achsenabschnitt, Form und Öffnung der Parabel.



a) $f(x) = 3x^2$

b) $f(x) = 2x^2 - 3$

c) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3$

d) $f(x) = \frac{1}{3}x^2$

e) $f(x) = -x^2 + 2$

f) $f(x) = x^2 + 2$

g) $f(x) = -2x^2 + 3$

h) $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 3$

Lösung

Aufgabe 1

a) $f(x) = 5x^2 + 1$ → nach oben geöffnet, schmal, beginnt bei +1 auf der y-Achse

b) $f(x) = -0{,}4x^2 + 3$ → nach unten geöffnet, breit, beginnt bei +3 auf der y-Achse

c) $f(x) = 3x^2 - 1$ → nach oben geöffnet, schmal, beginnt bei -1 auf der y-Achse

d) $f(x) = 0{,}1x^2 + 4$ → nach oben geöffnet, breit, beginnt bei +4 auf der y-Achse

Aufgabe 2

a) $f(x) = 3x^2$	G
b) $f(x) = 2x^2 - 3$	C
c) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3$	E
d) $f(x) = \frac{1}{3}x^2$	A
e) $f(x) = -x^2 + 2$	B
f) $f(x) = x^2 + 2$	D
g) $f(x) = -2x^2 + 3$	F
h) $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 3$	H

Station 5

Scheitelpunktform $f(x)=(x+d)^2+e$

Thema 3

1. Aufgabe: Gib die Koordinaten des Scheitelpunkts S (-d/e) der Parabel.

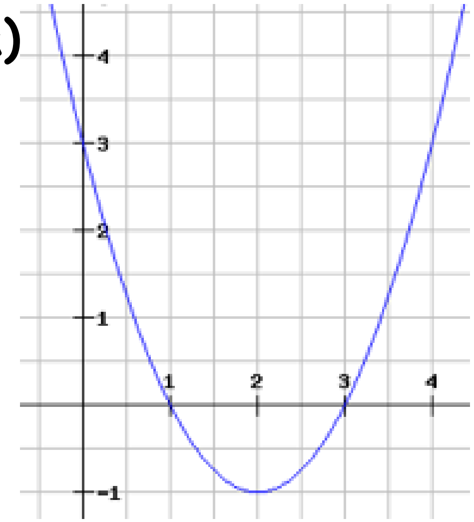
a) $f(x)= (x-3)^2 + 4$ **b)** $f(x)= (x+ 2)^2 + 1$ **c)** $f(x)= (x-2{,}5)^2 - 3$

2. Aufgabe: Eine verschobene Normalparabel hat den Scheitelpunkt S. Gib die Funktionsgleichung in Scheitelpunktform an.

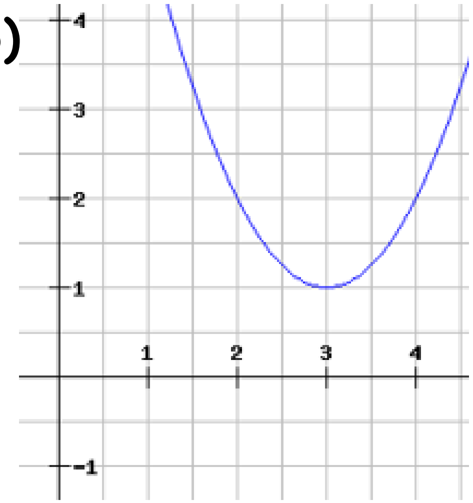
a) S(4/5) **b)** S(-3/2) **c)** S(-6/-5) **d)** S(0/6)

3. Aufgabe: Gib die Funktionsgleichung in Scheitelpunktform an.

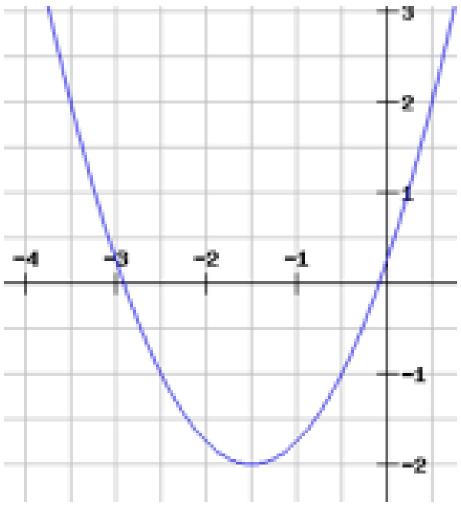
a)



b)



c)



Lösung

Aufgabe 1

a) S (3/4)
b) S (-2/1)
c) S (2,5/-3)

Aufgabe 2

a)

$f(x) = (x+d)^2 + e$

$f(x) = (x - 4)^2 + 5$

b)

$f(x) = (x+d)^2 + e$

$f(x) = (x + 3)^2 + 2$

c)

$f(x) = (x+d)^2 + e$

$f(x) = (x+6)^2 - 5$

d)

$f(x) = (x+d)^2 + e$

$f(x) = (x + 0)^2 + 6$

$f(x) = x^2 + 6$

Aufgabe 3

a) S (2/-1) → $f(x) = (x-2)^2 - 1$

b) S (3/1) → $f(x) = (x-3)^2 + 1$

c) S (-1,5/-2) → $f(x) = (x+1,5)^2 - 2$

Station 6 | Scheitelpunktform und Normalform | Thema 4

1. Aufgabe: Bringe die Scheitelpunktform in die Normalform.

a) $f(x)= (x-3)^2 + 4$ b) $f(x)= (x+2)^2 + 1$ c) $f(x)= (x-2{,}5)^2 - 3$

2. Aufgabe: Bringe die Normalform, mittels quadratischer Ergänzung, in die Scheitelpunktform und bestimme den Scheitelpunkt S (-d/e).

$(x+4)^2 = x^2 + 8x + 16$

$f(x) = x^2 + 8x + 7$ +/- ?

$f(x)$ ____ $= x^2 + 8x + 7$ ____

$(x+2)^2 = x^2 +$ ______________

$f(x) = x^2 + 4x + 3$

$f(x)$ _____ $= x^2 + 4x + 3$ ____

c) $f(x) = x^2 + 2x + 2$ d) $f(x) = x^2 - 4x + 3$ e) $f(x) = x^2 + 6x + 3$

f) $f(x) = x^2 - 8x + 19$ g) $f(x) = x^2 + 5x + 5$

Bei Gleichungen, wo vor dem „x^2" noch eine Zahl steht, musst du vorher umrechnen. Bringe die Gleichungen nur in die Normalform, wie in h), ohne weiter zu rechnen.

h) $f(x) = 2x^2 + 4x + 4$ I:2

$f(x) = x^2 + 2x + 2$

i) $f(x) = 3x^2 + 12x + 18$ j) $f(x) = 4x^2 - 40x + 60$

Lösung

Aufgabe 1

a) $f(x) = (x-3)^2 + 4$

$f(x) = x^2 - 6x + 9 + 4$

$f(x) = x^2 - 6x + 13$

b) $f(x) = (x+2)^2 + 1$

$f(x) = x^2 + 4x + 4 + 1$

$f(x) = x^2 + 4x + 5$

c) $f(x) = (x-2{,}5)^2 - 3$

$f(x) = x^2 - 5x + 6{,}25 - 3$

$f(x) = x^2 - 5x + 3{,}25$

Aufgabe 2

a) $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$

$f(x) = x^2 + 8x + 7$

$f(x) + 9 = x^2 + 8x + 7 + 9$

$f(x) + 9 = x^2 + 8x + 16$

$f(x) + 9 = (x + 4)^2$

$f(x) = (x + 4)^2 - 9 \rightarrow S\,(-4/-9)$

b) $f(x) = (x + 2)^2 - 1 \rightarrow S\,(-2/-1)$

c) $f(x) = (x + 1)^2 + 1 \rightarrow S\,(-1/1)$

d) $f(x) = (x - 2)^2 - 1 \rightarrow S\,(2/-1)$

e) $f(x) = (x + 3)^2 - 6 \rightarrow S\,(-3/-6)$

f) $f(x) = (x - 4)^2 + 3 \rightarrow S\,(4/3)$

g) $f(x) = (x + 2{,}5)^2 - 1{,}25 \rightarrow S\,(-2{,}5/-1{,}25)$

i) $f(x) = 3x^2 + 12x + 18 \quad | :3$

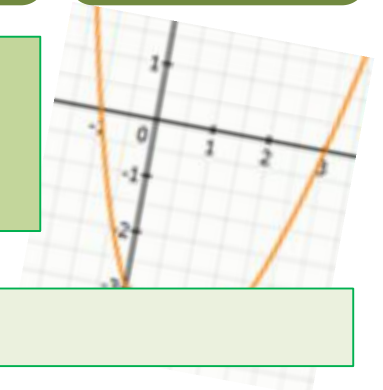
$f(x) = x^2 + 4x + 6$

j) $f(x) = 4x^2 - 40x + 60 \quad | :4$

$f(x) = x^2 - 10x + 15$

Station 7 | **Nullstellen Quadratischer Funktionen** | **Thema 5**

Nullstellen einer quadratischen Funktion sind die Punkte, an denen die Parabel die x-Achse schneidet. Neben der unten stehenden Methode gibt es auch noch die pq-Formel (Station 8).



<u>1. Aufgabe:</u> Löse die Aufgaben wie in a und bestimme x_1 und x_2.

a) $f(x) = x^2 - 9$

b) $f(x) = x^2 - 81$

c) $f(x) = x^2 - 36$

d) $f(x) = x^2 - 144$

$0 = x^2 - 9$

$9 = x^2$

$x_{1,2} = +$ ___/- ____

<u>2. Aufgabe:</u> Bestimme x_1 und x_2 mit Hilfe der quadratischen Ergänzung.

$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

$f(x) = x^2 + 6x + 8$

+/- ?

$f(x)$ ___ $= x^2 + 6x + 8$ ___

…

$0 = ($___+___$)^2 -$ ___

…

b) $f(x) = x^2 + 6x + 5$

c) $f(x) = x^2 - 10x + 16$

d) $f(x) = x^2 + 6x - 7$

Lösung

Aufgabe 1

a) $f(x) = x^2 - 9$

$0 = x^2 - 9$

$9 = x^2$

$x_{1,2} = + 3/-3$

b) $f(x) = x^2 - 81$

$x_{1,2} = + 9/-9$

c) $f(x) = x^2 - 36$

$x_{1,2} = + 6/-6$

d) $f(x) = x^2 - 144$

$x_{1,2} = + 12/-12$

Aufgabe 2

a) $f(x) = x^2 + 6x + 8$

$f(x) + 1 = x^2 + 6x + 8 + 1$

$f(x) + 1 = x^2 + 6x + 9$

$f(x) + 1 = (x + 3)^2$

$f(x) = (x + 3)^2 - 1$

$0 = (x + 3)^2 - 1$

$1 = (x + 3)^2 \quad | \sqrt{}$

$+/- 1 = x + 3$

$\mathbf{x_1 = - 4}$

$\mathbf{x_2 = - 2}$

b) $f(x) = x^2 + 6x + 5$

$f(x) = (x + 3)^2 - 4$

…

$\mathbf{x_1 = - 5} \quad \mathbf{x_2 = - 1}$

c) $f(x) = x^2 - 10x + 16$

$f(x) = (x - 5)^2 - 9$

…

$\mathbf{x_1 = 8} \quad \mathbf{x_2 = 2}$

d) $f(x) = x^2 + 6x - 7$

$f(x) = (x + 3)^2 - 4$

…

$\mathbf{x_1 = 1} \quad \mathbf{x_2 = - 7}$

Station 8	INFO pq-Formel	☺

Gemischte quadratische Gleichungen der Form $x^2 + px + q = 0$ kann man auch mit einer relativ einfachen Formel lösen. Man muss nur einsetzen und lösen.

<u>Die Formel lautet:</u> $-\frac{p}{2} +/- \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ → $x^2 + px + q = 0$

$x^2 + 14x + 24 = 0$ → p und q bestimmen → $p = 14$ $q = 24$

Achtung: ist q negativ z.B. „- 24" würde es hier positiv werden: $\left(\frac{14}{2}\right)^2 - (-24) = \left(\frac{14}{2}\right)^2 + 24 = \ldots$ Das gilt auch vorne bei „$-\frac{p}{2}$".

<u>In die Formel einsetzen:</u> $x_{1,2} = -\frac{14}{2} +/- \sqrt{\left(\frac{14}{2}\right)^2 - 24}$

$x_{1,2} = -7 +/- \sqrt{49 - 24}$

$x_{1,2} = -7 +/- 5$ (-7 + 5 = ... -7 - 5 = ...)

$x_1 = \underline{-2}$ $x_2 = \underline{-12}$

(Nullstellen sind -2 und – 12; dort schneidet die Parabel die x-Achse)

<u>WICHTIG:</u> Die Gleichung muss immer in der Form „$x^2 + \ldots$" stehen. Es darf keine Zahl davor stehen.

Steht dort eine muss man die <u>gesamte</u> Gleichung durch die Zahl teilen: $4x^2 + 16x + 8 \xrightarrow{:4} x^2 + 4x + 2$

Station 8 | pq-Formel | ☺

<u>1. Aufgabe:</u> Bestimme x_1 und x_2 mit Hilfe der pq-Formel. Achtung bei Minus

a) $x^2 + 10x + 9 = 0$ → p und q bestimmen → p = ___ q = __

$x_{1,2} = -\frac{}{2} \pm \sqrt{(\frac{}{2})^2 - \_\_\_}$ → $x_{1,2} = - \_\_ \pm \sqrt{\_\_\_ - \_\_\_}$

$x_{1,2} = -5 \pm \_\_\_$

$x_1 = \_\_\_\_$ $x_2 = \_\_\_\_$

b) $f(x) = x^2 + 6x + 8$ c) $f(x) = x^2 - 6x + 5$ d) $f(x) = x^2 + 8x + 7$ e) $f(x) = x^2 + 12x - 13$

<u>2. Aufgabe:</u> Bestimme x_1 und x_2 mit Hilfe der pq-Formel. Bringe die Gleichung vorher in die Normalform. („x^2 + ….")

a) $f(x) = 2x^2 + 16x + 14$ b) $f(x) = 4x^2 + 80x - 84$ c) $f(x) = 0{,}5x^2 + 4x + 6$

<u>Zusatz:</u> Stelle die Gleichungen vor dem bestimmen der Nullstellen um und bringe sie in die Normalform.

a) $7x^2 - 14x - 23 = 6x^2 - 23x + 29$ b) $9x^2 - 14x - 3 = 7x^2 - 13x + 7$

Lösung

Aufgabe 1

a) $x^2 + 10x + 9 = 0$ → p und q bestimmen → p = 10 q = 9

$$x_{1,2} = -\frac{10}{2} +/- \sqrt{\left(\frac{10}{2}\right)^2 - 9} \quad \rightarrow \quad x_{1,2} = -5 +/- \sqrt{25 - 9}$$

$$x_{1,2} = -5 +/- 4$$

$x_1 = -9 \quad x_2 = -1$

b) $f(x) = x^2 + 6x + 8$

$x_1 = -4 \quad x_2 = -2$

c) $f(x) = x^2 - 6x + 5$

$$x_{1,2} = -\frac{-6}{2} +/- \sqrt{\left(\frac{-6}{2}\right)^2 - 5}$$

$$x_{1,2} = +3 +/- \sqrt{9 - 5}$$

$$x_{1,2} = 3 +/- 2$$

$x_1 = \underline{5} \quad x_2 = \underline{1}$

d) $f(x) = x^2 + 8x + 7$

$x_1 = -7 \quad x_2 = -1$

e) $f(x) = x^2 + 12x - 13$

$$x_{1,2} = -\frac{12}{2} +/- \sqrt{\left(\frac{12}{2}\right)^2 - (-13)}$$

$$x_{1,2} = -6 +/- \sqrt{49}$$

$$x_{1,2} = -6 +/- 7$$

$x_1 = \underline{1} \quad x_2 = \underline{-13}$

Aufgabe 2

a) $x_1 = -7 \quad x_2 = -1$

b) $x_1 = 1 \quad x_2 = -21$

c) $x_1 = -6 \quad x_2 = -2$

Zusatz

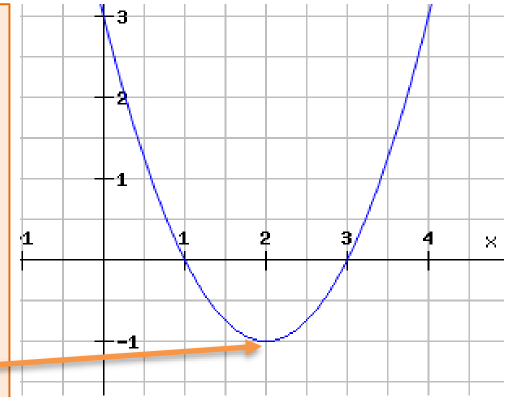
a) $x_1 = -13 \quad x_2 = 4$

b) $x_1 = -2 \quad x_2 = 2{,}5$

Station 1

Info - Nullstellen quadratischer Funktionen

Hat man in einer Aufgabe die Nullstellen (x_1 *und* x_2) gegeben ist es möglich anhand dessen die Gleichung der Parabel aufzustellen.
(Das Bild wäre übrigens in der Aufgabe nicht gegeben)



Beispiel: $x_1 = 1$ $x_2 = 3$

1.) Zunächst musst du die x Koordinate des Scheitelpunkts bestimmen S (-d/e) → Da der Scheitelpunkt genau zwischen beiden Nullstellen liegen muss wäre x hier x = 2. Also gilt S (2/e)

Noch ein kleiner Tipp, um die x-Koordinate zu bestimmen. Du musst nur überlegen welche Zahl genau zwischen den beiden Nullstellen liegt. Im Notfall kannst du dir auch einen kleinen Zahlenstrahl aufzeichnen.

2.) Nun brauchst du noch einen Punkt P (x/y). Wir nehmen eine der Nullstellen → P (1/0)

3.) Nun brauchen wir die passende Gleichung. Es handelt sich hier ja um eine verschobene Normalparabel, also → $f(x) = (x + d)^2 + e$

4.) Jetzt können wir die Werte unserer 2 Punkte S(2/e) und P (1/0) einsetzen: $f(x) = (x + d)^2 + e$ → $0 = (1 - 2)^2 + e$

$0 = 1 + e$

$e = -1$

5.) Werte in die Gleichung einsetzen: $f(x) = (x - 2)^2 - 1$

Denk dran:
Bei „d" muss man immer das Vorzeichen tauschen!

Station 1

Nullstellen quadratischer Funktionen

☺

Aufgabe 1: Bestimme (als kleine vorab-Übung) die x-Koordinate „d" des Scheitelpunkts S (-d/e) anhand der Nullstellen. Nutze wenn nötig den Zahlenstrahl unten.

a) $x_1 = 1$ $x_2 = 3$ → S (? /e)

b) $x_1 = 2$ $x_2 = 6$

c) $x_1 = -1$ $x_2 = 4$

d) $x_1 = 1$ $x_2 = 4$

e) $x_1 = -5$ $x_2 = 7$

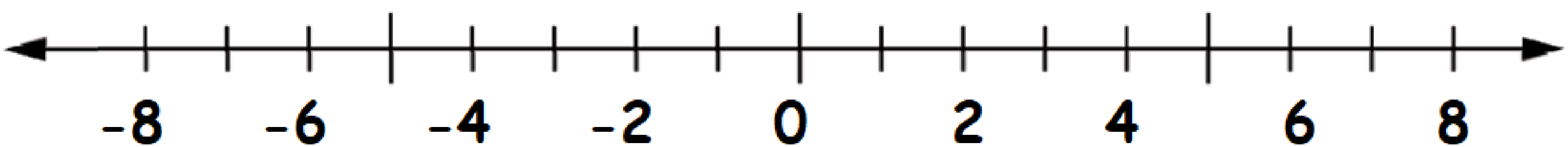
Aufgabe: Bestimme zunächst die x-Koordinate „d" des Scheitelpunkts und dann die Gleichung.

a) $x_1 = -1$ $x_2 = 3$

b) $x_1 = 3$ $x_2 = 4$

c) $x_1 = -1$ $x_2 = -5$

d) $x_1 = 1$ $x_2 = 7$



Lösung

Aufgabe 1

a) $x_1 = 1$ $x_2 = 3$ → S (2 /e)

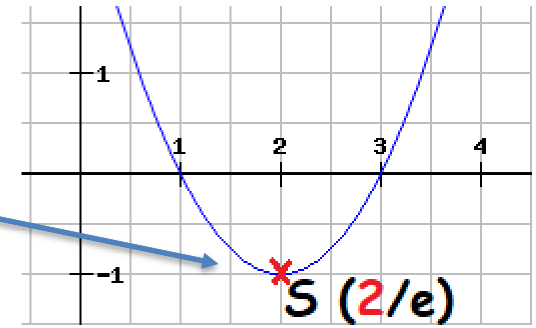
b) $x_1 = 2$ $x_2 = 6$ → S (4 /e)

c) $x_1 = -1$ $x_2 = 4$ → S (1,5 /e)

d) $x_1 = 1$ $x_2 = 4$ → S (2,5 /e)

e) $x_1 = -5$ $x_2 = 7$ → S (1 /e)

Würde so aussehen



Aufgabe 2

a) → S (1 /e) → $f(x) = (x-1)^2 - 4$ → S (1/-4)

b) → S (3,5 /e) → $f(x) = (x-3,5)^2 - 0,25$ → S (3,5/-0,25)

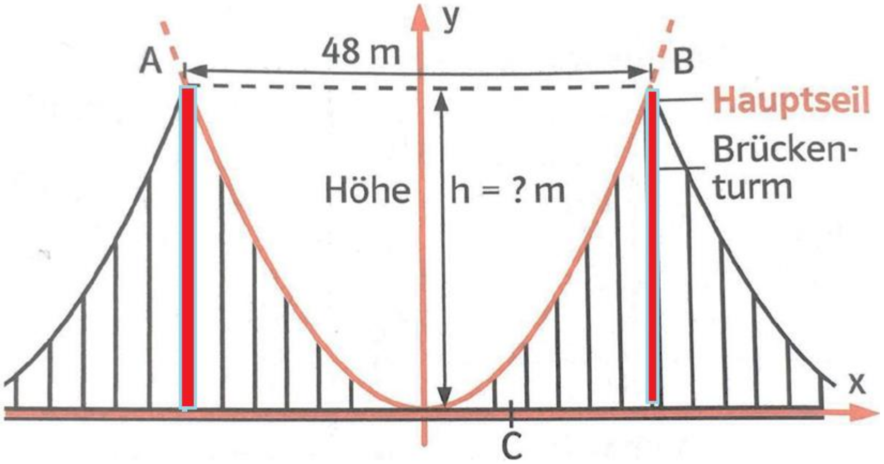
c) → S (-3 /e) → $f(x) = (x+3)^2 - 4$ → S (-3/-4)

d) → S (4 /e) → $f(x) = (x-4)^2 - 9$ → S (4/-9)

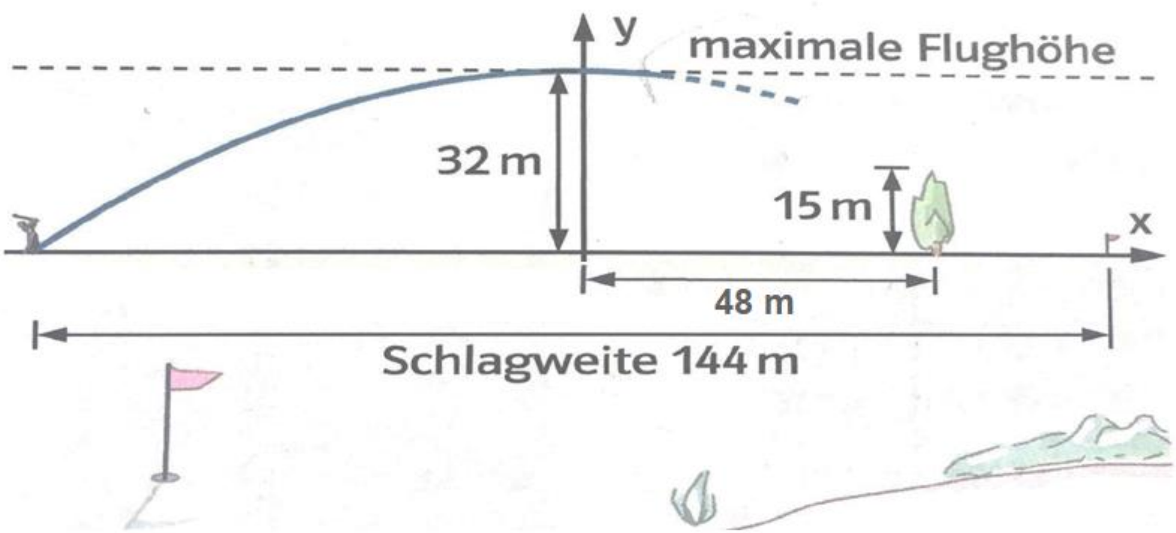
Station 2 | Textaufgaben | Tipp

1. Aufgabe:
Das Hauptseil einer Hängebrücke hängt parabelförmig mit einer Weite von 48 m zwischen den beiden Brückentürmen A und B.

Die Parabel lässt sich mit der Funktionsgleichung $f(x) = 0{,}075x^2$ beschreiben.
Wie hoch sind die beiden Türme?



2. Aufgabe: **Gelingt es der Golferin, das Hindernis „Baum“ in 120 m Entfernung zu überspielen?**



Lösung

Aufgabe 1:

Der Brückenturm ist von der y-Achse 24 Meter entfernt. Daraus ergibt sich der Punkt (24/0) und (-24/0) für den Punkt an dem die Brückentürme beginnen.

Wert für x einsetzen

$f(x) = 0{,}075 \cdot 24^2$

$f(x) = 43{,}2$ m **Antwort:** Der Brückenturm ist 43,2 m hoch.

Aufgabe 2:

Es handelt sich hier um eine Parabel (nicht Normalp.) die nicht verschoben ist, also braucht man die Parabelgleichung: $\mathbf{f(x)= ax^2 + c}$. Punkte bestimmen P (72/0) c ablesen c = 32

Einsetzen und umstellen:

$$0 = a \cdot 72^2 + 32$$
$$0 = a \cdot 5184 + 32$$
$$-32 = 5184a$$
$$a = -0{,}006$$

→ **Parabelgleichung:** $f(x) = -0{,}006x^2 + 32$

Der Baum steht bei P (48/0) → einsetzen: $f(x) = -0{,}006 \cdot (48)^2 + 32 \approx 18$ m

→ Der Ball fliegt in ca. 18m Höhe, also über den Baum hinweg.

Tipp

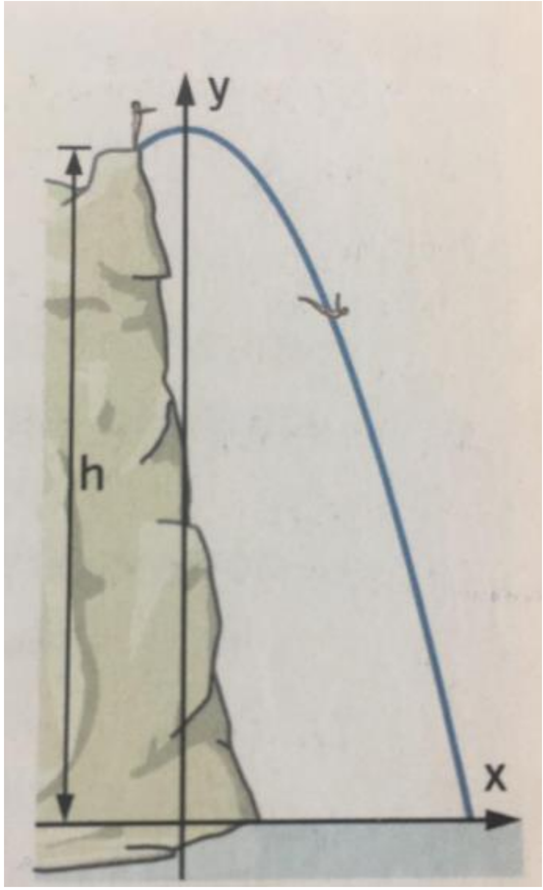
1. Aufgabe: Bei welchem „x-Wert" auf der x-Achse stehen die Türme? Setzt du diesen Wert in die Gleichung ein, erhältst du den passen y/f(x)- Wert, also die Höhe eines Turms.
2. Aufgabe: Stelle zuerst die Parabelgleichung „f(x) = … " auf. Überlege dann bei welchem „x-Wert" auf der x-Achse der Baum steht? Dann nur noch einsetzen und schauen obs passt ☺

Station 3 | Textaufgaben | Tipp

1. Aufgabe:

Die Klippenspringer von Acapulco (Mexiko) legen eine annähernd parabelförmige Flugbahn zurück, die sich mit der Gleichung $f(x) = -x^2 + 28$ beschreiben lässt.

Wie weit entfernt vom Fuß des Felsens taucht der Springer ins Wasser?

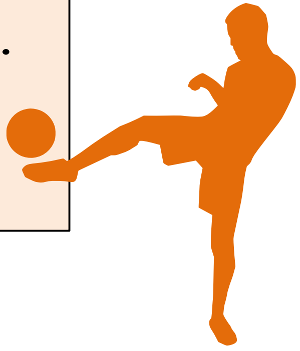


2. Aufgabe:

Bei einem Freistoß fliegt ein Fußball 50 m weit. Der höchste Punkt seiner parabelförmigen Flugbahn ist 5 m hoch.

a) Skizziere die Flugbahn in einem Koordinatensystem.

b) Bestimme die Koordinaten des Scheitels und die Parabelgleichung.



Lösung

Aufgabe 1:

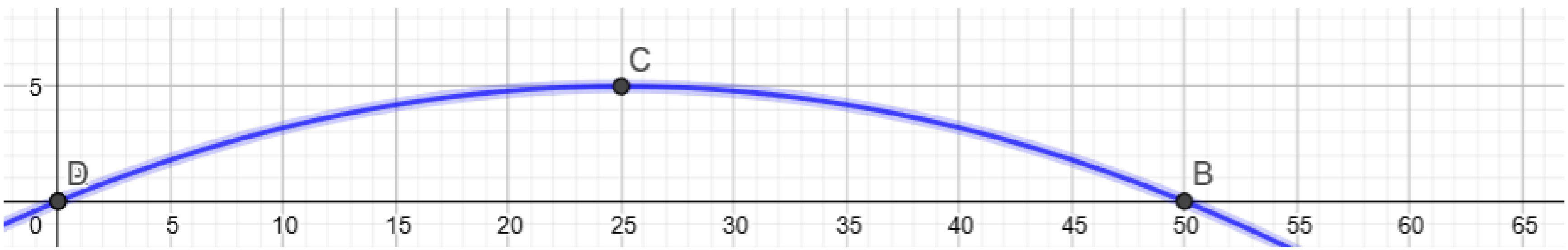
Der Taucher taucht am Punkt P (0/y) ein. → x in die Gleichung einsetzen bzw. die Gleichung gleich Null setzen: $0 = -x^2 + 28$

$-28 = -x^2 \quad | \cdot (-1)$

$28 = x^2 \quad | \cdot \sqrt{}$

$x = +/- 5{,}29$ → Wir brauchen natürlich nur die positive Zahl → <u>5,29 m</u>

Aufgabe 2:



Der Scheitel liegt bei S(25/5) und wir bestimmen einen Punkt z.B. (50/0)

Man braucht die Parabelgleichung: $f(x)= a \cdot (x+d)^2 + e$ (verschobene Parabel und keine Normalp.)

Einsetzen und a bestimmen: $0 = a \cdot (50 - 25)^2 + 5$ … → $a = - 0{,}008$

„a" in die Parabelgleichung einsetzen: <u>***$f(x)= -0{,}008 \cdot (x - 25)^2 + 5$***</u>

Tipp

1. Aufgabe: An welchem Punkt (x-Wert) taucht der Taucher ein? *oder* Nullstellen bestimmen

Station 4	Textaufgaben	Tipp

Aufgabe 1

Nach dem Abstoß einer Kugel durch den Kugelstoßer beschreibt die Flugbahn eine Parabel.

a) Wie lautet die Funktionsgleichung dieser Parabel, wenn die Kugel im Punkt P(0/2) abgestoßen wird und im Punkt S (4/3) den höchsten Punkt erreicht? *(1 Einheit für 1m Länge bzw. Höhe!)*

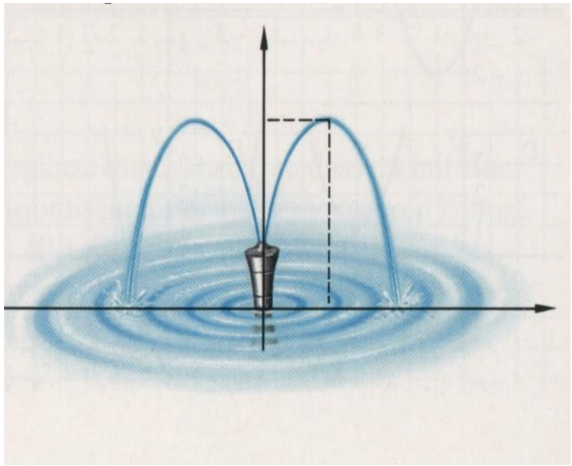
b) Zeichne die Parabel und lies in der Zeichnung ab, wie weit die Kugel fliegt.

Aufgabe 2

Ein Springbrunnen besitzt zwei entgegengesetzt gerichtete Wasserdüsen. Die Flugbahn des Wassers stellt eine Parabel dar. Die Wasserdüsen sind 0,5 m über dem Wasser angebracht.
Der Höhepunkt der Wasserflugbahn liegt 1,40m hoch und 0,6m von der Brunnenmitte entfernt.

Stelle die Funktionsgleichung auf.

(Tipp: Mache zuerst eine Skizze, um die Punkte zu bestimmen.



Lösung

Aufgabe 1

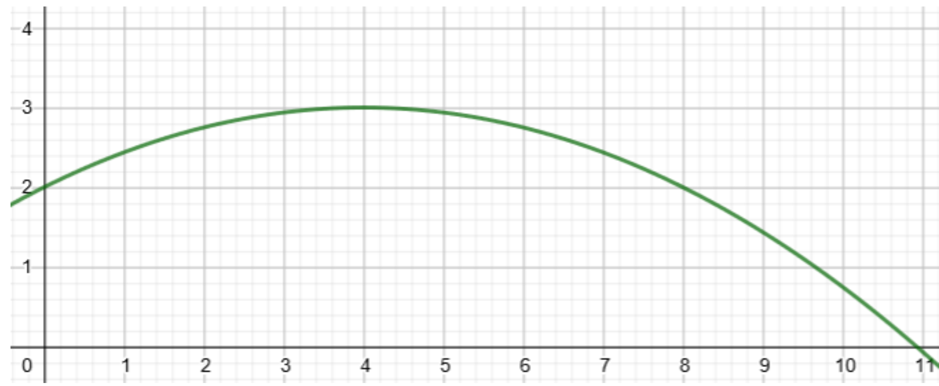
a) Abstoß bei: P(0/2); Scheitelpunkt S(4/3)

Scheitelpunktsformel: $f(x) = a\cdot(x-d)^2+e$

Punkte einsetzen:

$2 = a\cdot(0-4)^2+3 \Leftrightarrow 2 = a\cdot 16+3 \Leftrightarrow -1=a\cdot 16 \Leftrightarrow a= -0{,}0625$

$\rightarrow$ $\mathbf{f(x)=-0{,}0625\cdot(x-4)^2+3}$



b) Die Kugel fliegt laut Zeichnung etwa **11m** weit.

Aufgabe 2

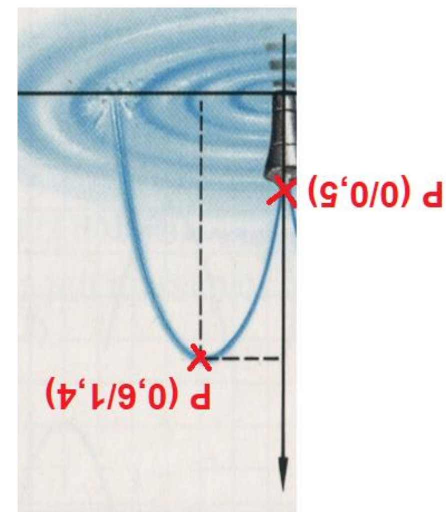
Düsenhöhe bei: P (0/0,5) Scheitelpunkt S(0,6/1,4)

Scheitelpunktsformel: $f(x) = a\cdot(x-d)^2+e$ (weil verschobene Parabel)

Punkte einsetzen:

$0{,}5 = a\cdot(0-0{,}6)^2+1{,}4 \Leftrightarrow 0{,}5 = a\cdot 0{,}36+1{,}4 \Leftrightarrow -0{,}9=0{,}36a \Leftrightarrow a= -2{,}5$

$\rightarrow$ $\underline{\mathbf{f(x)=-2{,}5\cdot(x-0{,}6)^2+ 1{,}4}}$



Aufgabe 1: Du benötigst die Gleichung $f(x)= a \cdot (x+d)^2 + e$; durch einsetzen kannst du „a" bestimmen und dann einsetzen. $f(x)=$ ___ $\cdot (x - 4)^2 + 3$

Tipp

Station 5 | Textaufgaben | ☺

Aufgabe 1:

Die besondere Körperhaltung des jungen Turners beschreibt die Form einer Parabel.

Mit welcher Funktionsgleichung lässt sich diese Form beschreiben, wenn zwischen den Händen und Füßen eine Entfernung von 1,30m ist und die Höhe der Brücke (genau in der Mitte) 0,56 m beträgt.

Fertige eine Skizze an und leite die Gleichung her. (Runde „a" auf 3 Stellen nach dem Komma)

Aufgabe 2

Der Snowboard-Springer bewegt sich in etwa auf einer Parabel. Nach 6 m ist er wieder auf der Höhe des Absprunges. Nach 3 m war er 2 m höher als beim Absprung.

a) Lege den Absprung in den Ursprung in einem Koordinatensystem und skizziere die Flugbahn.

b) Notiere die Koordinaten von zwei Punkten der Parabel.

c) Berechne die Parabelgleichung der Parabel.

d) Nach 7 m Sprungweite landet der Snowboardfahrer. Berechne wie tief der Landepunkt unter dem Absprungpunkt liegt.

Lösung

Aufgabe 1

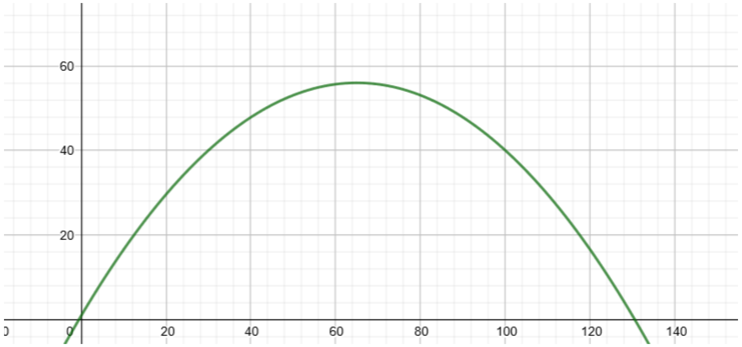
Fingerbeginn/Ende bei: P(0/0) P(1,3/0); Scheitelp. S (0,65/0,56)

Scheitelpunktsformel: $f(x) = a \cdot (x-d)^2 + e$

Punkte einsetzen:

$0 = a \cdot (1{,}3-0{,}65)^2 + 0{,}56 \Leftrightarrow -0{,}56 = 0{,}4225 \Leftrightarrow a = -1{,}325$

$f(x) = -1{,}325 \cdot (x-0{,}65)^2 + 0{,}56$



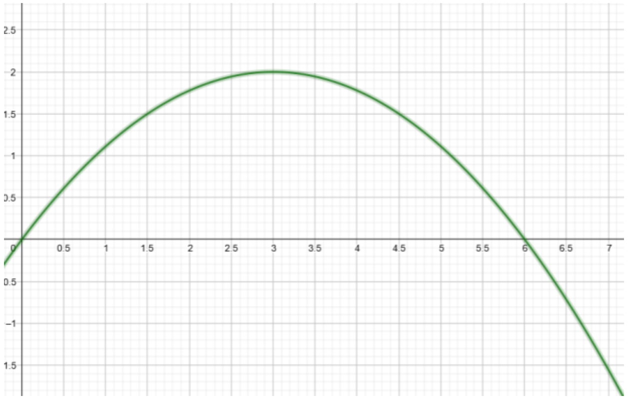
Aufgabe 2:

b) Nullstelle 1 (0/0); Scheitelpunkt (3/2); Nullstelle 2 (6/0)

c) Scheitelpunktformel: $f(x) = a \cdot (x-d)^2 + e$

Punkt einsetzen: $0 = a \cdot (0-3)^2 + 2 \Leftrightarrow -2 = 9a \Leftrightarrow -\frac{2}{9} = a$ bzw. $a = -0{,}222$

$f(x) = -0{,}222 \cdot (x-3)^2 + 2$

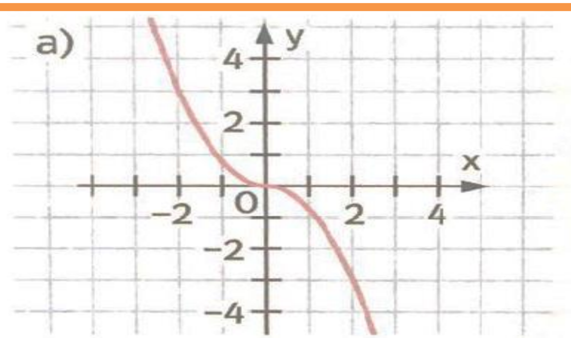


d) Landung nach 7 m → x = 7 in Funktionsgleichung einsetzen.

$f(7) = -0{,}222 \cdot (7-3)^2 + 2 \approx 1{,}5$ **Antwort:** Der Landepunkt liegt ca. 1,5 m unterhalb des Absprungpunkts.

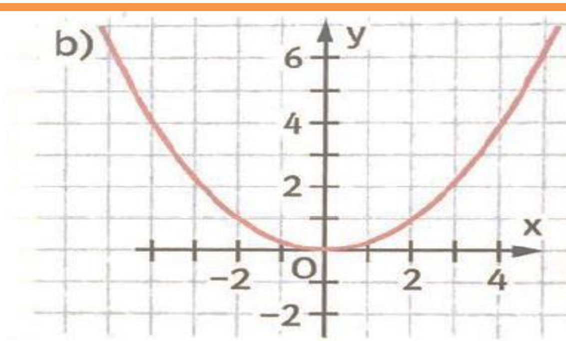
Station 6 | Fehler & Funktionen | Tipp

1. Aufgabe: Suche die Fehler und korrigiere sie.



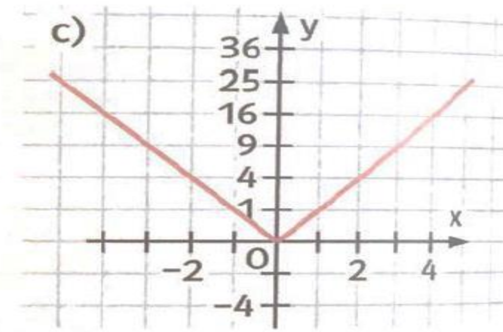
$f(x) = -0{,}75x^2$

x	−2	−1	0	+1	+2
f(x) = −0,75 x²	+3	+0,75	0	−0,75	−3



$f(x) = -0{,}5x^2$

x	−2	−1	0	+1	+2
f(x) = −0,5 x²	−1	−0,5	0	−0,5	−1



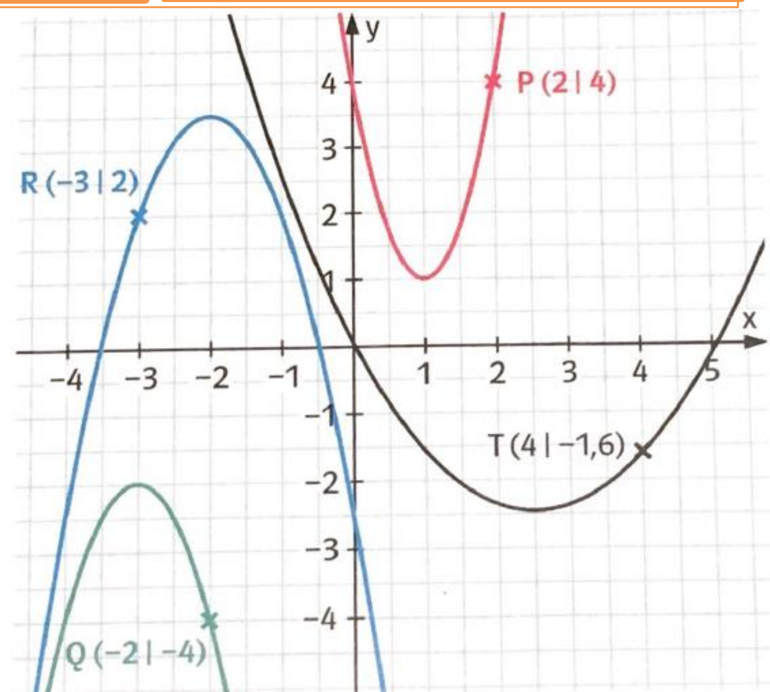
$f(x) = x^2$

x	−2	−1	0	+1	+2
f(x) = x²	+4	+1	0	+1	+4

2. Aufgabe:

Die Graphen gehören zu Funktionen der Form f(x)= a · (x-d) + e. Bestimme a, d und e.

1. Bestimme zuerst den Scheitelpunkt S (-d/e)
2. Lies den gegebenen Punkt P (x/y) auf der Parabel ab.
3. Setze P und S in die Gleichung ein und bestimme „a“
4. Stelle die Gleichung auf…Fertig ☺



Lösung

Aufgabe 1:

a)

-2	-1	0	1	2
3	0,75	0	0,75	3

Die Werte von 0,1,2 müssen auch positiv sein, da das negative Vorzeichen von x quadriert wird und somit positiv wird. - · - = +

b)

-2	-1	0	1	2
-2	- 0,5	0	- 0,5	-2

Die Werte von -2 und 2 wurden falsch berechnet und der Graph falsch herum gezeichnet. Er ist nach unten geöffnet.

c)

-2	-1	0	1	2
4	1	0	1	4

Die Werte sind alle richtig berechnet, aber der Graph wurde mit Geraden verbunden (lineare Funktion). Die Punkte müssen im „Bogen“ verbunden werden.

Aufgabe 2:

a) rot: S (1/1) P(2/4); Scheitelpunktsformel: $f(x) = a\cdot(x-1)^2+1$ Punkt P(2/4) einsetzen:

$4 = a\cdot(2-1)^2+1 \Leftrightarrow 3 = a\cdot 1 \Leftrightarrow 3=a \rightarrow$ $\mathbf{f(x)=3(x-1)^2+1}$

b) Grün: S(-3/-2) Q(-2/-4) Scheitelpunktsformel: $f(x) = a\cdot(x+3)^2-2$ Punkt P(-2/-4) einsetzen:

$-4 = a\cdot(-2+3)^2-2 \Leftrightarrow -2 = a\cdot 1 \Leftrightarrow -2=a \rightarrow$ $\mathbf{f(x)=-2(x+3)^2-2}$

c) blau: S(-2/3,5) R(-3/2) Scheitelpunktsformel: $f(x) = a\cdot(x+2)^2+3{,}5$ Punkt P(-3/2) einsetzen:

$2= a\cdot(-3+2)^2+3{,}5 \Leftrightarrow -1{,}5 = a\cdot 1 \Leftrightarrow -1{,}5=a \rightarrow$ $\mathbf{f(x)=-1{,}5(x+2)^2+3{,}5}$

d) schwarz: S(2,5/-2,5) T(4/-1,6) Scheitelpunktsformel: $f(x) = a\cdot(x-2{,}5)^2-2{,}5$ Punkt P(4/-1,6) einsetzen: $-1{,}6= a\cdot(4-2{,}5)^2-2{,}5 \Leftrightarrow 0{,}9= a\cdot 1{,}5^2 \Leftrightarrow 0{,}9=2{,}25a \Leftrightarrow 0{,}4 = a \rightarrow$ $\mathbf{f(x)=0{,}4\,(x-2{,}5)^2-2{,}5}$