Hilfe 1 Proportionale Funktion

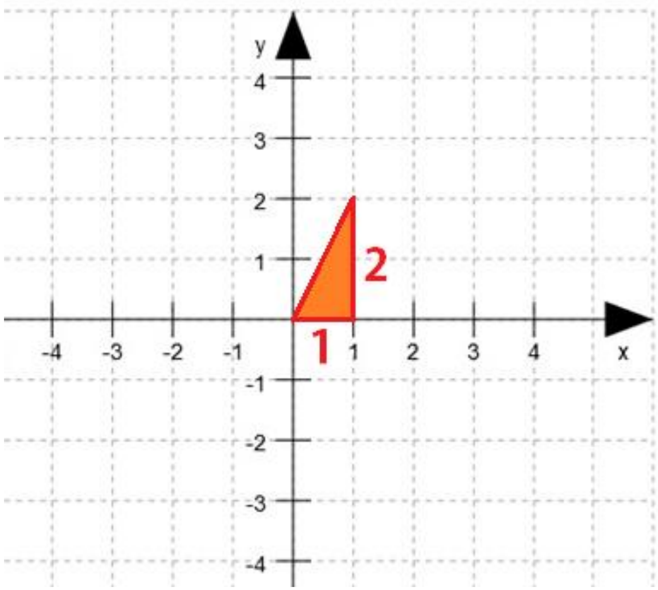
Graphen <u>proportionaler Funktionen</u> verlaufen immer durch den <u>Nullpunkt</u>.

<u>Beispiele für Funktionsgleichungen:</u> f(x) = 3x *oder* f(x) = 2x *oder* $f(x) = \frac{1}{2}x$

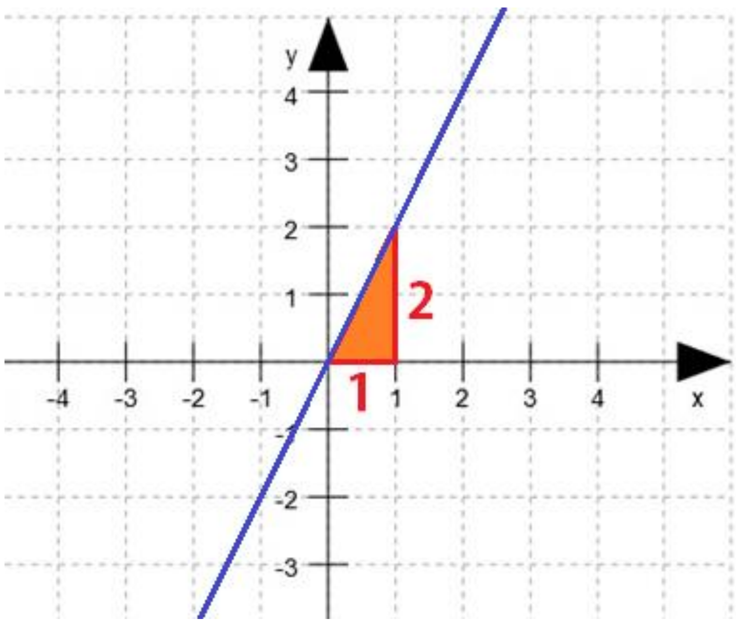
<u>Tipp:</u> Gleichungen ohne Bruch vorher in einen Bruch umwandeln: f(x) = 3x → $f(x) = \frac{3}{1}x$

<u>Beispiel:</u> f(x) = 2x *als Bruch schreiben* $f(x) = \frac{2}{1}x$

<u>1. Schritt:</u> Steigungsdreieck einzeichnen.
Dies zeichnet man immer beim Nullpunkt ein.
"$\frac{2}{1}$" bedeutet: <u>„1" nach rechts</u> & <u>„2" nach oben</u>



<u>2. Schritt:</u> Den Graphen entlang des Steigungsdreiecks einzeichnen.



Hilfe 1 Proportionale Funktion Seite 2

Proportionale Funktionen können auch eine **negative** Steigung haben.

Beispiele: $f(x) = -3x$ *oder* $f(x) = -\frac{1}{2}x$

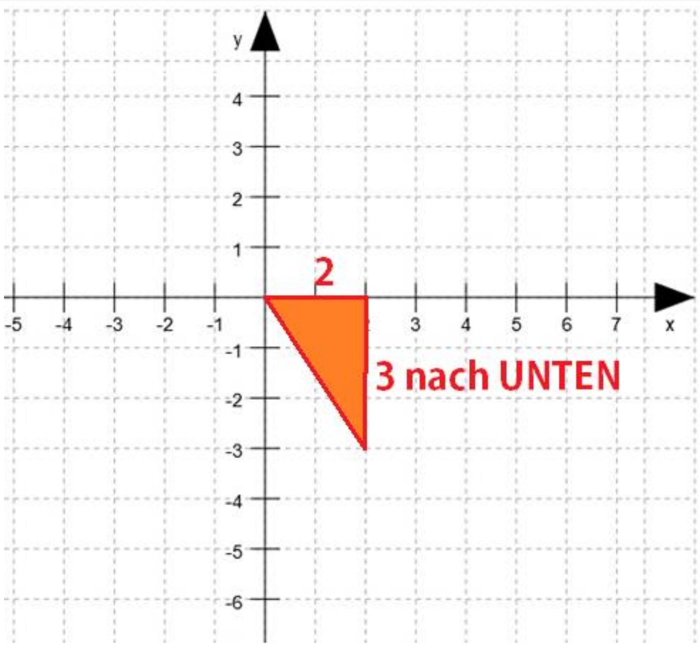
Merke: Die Graphen beginnen dann oben links und verlaufen nach unten rechts.

Beispiel: $f(x) = f(x) = -\frac{3}{2}x$

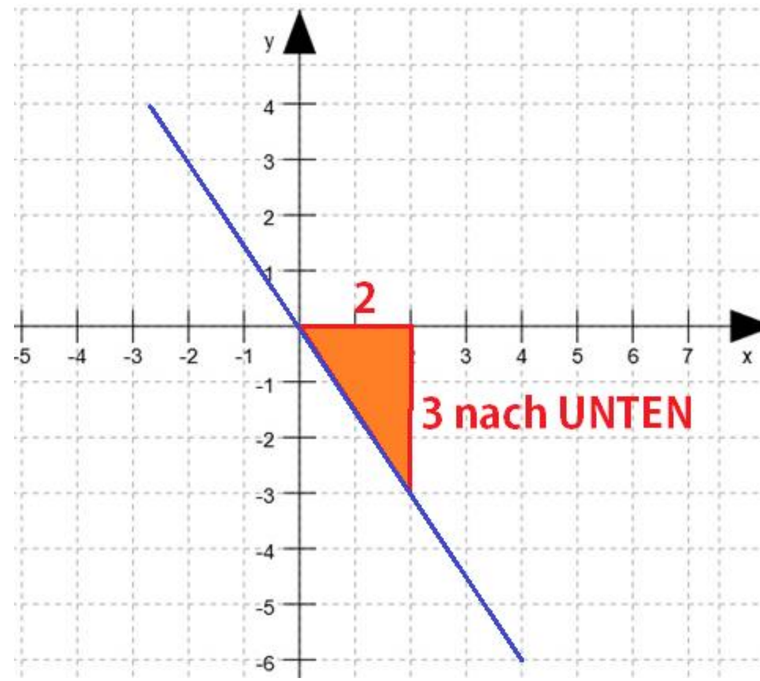
1. Schritt: Steigungsdreieck einzeichnen.

Dies zeichnet man immer beim Nullpunkt ein.

"$-\frac{3}{2}$" bedeutet: „2“ nach rechts & „3“ nach UNTEN



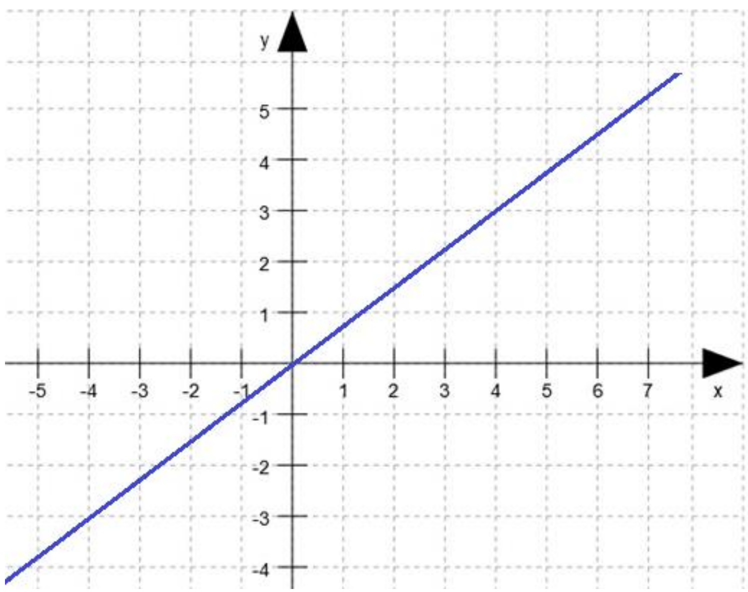
2. Schritt: Den Graphen entlang des Steigungsdreiecks einzeichnen.



Hilfe 2 Proportionale Funktion

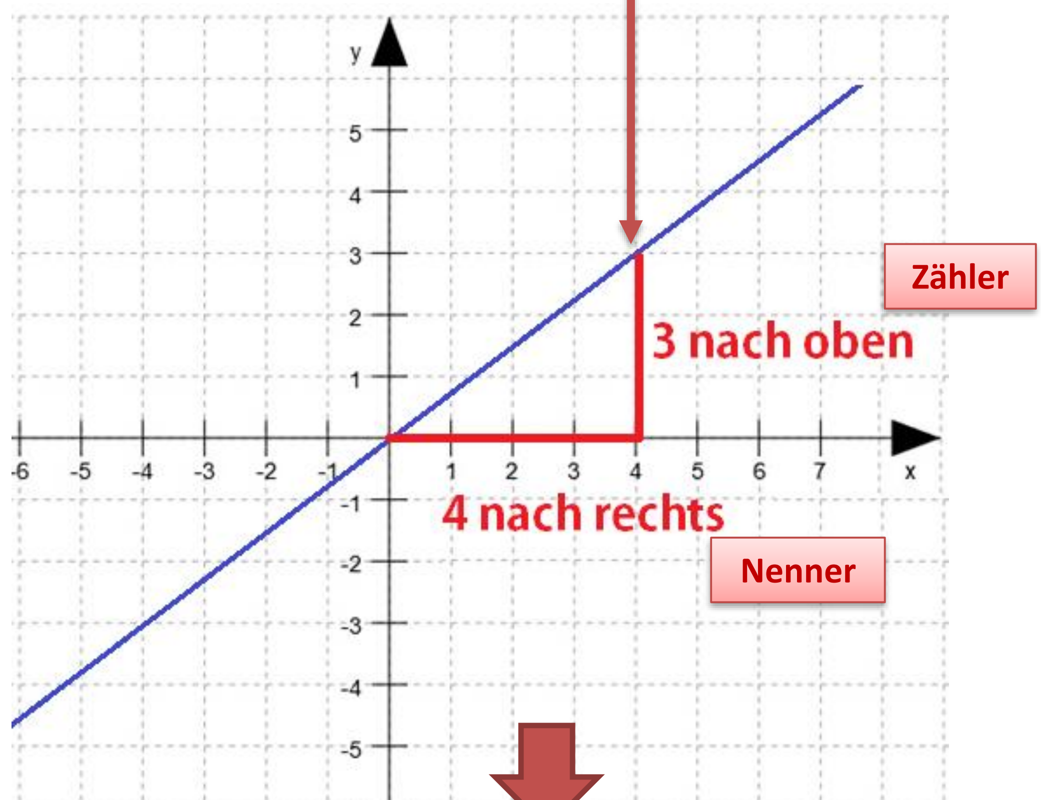
Zuerst schaut man sich den Graphen an. Da er von <u>unten links nach oben rechts</u> verläuft, hat er eine <u>positive</u> Steigung.

Also: f(x) = + …x



Dann zieht man eine Linie vom Nullpunkt aus nach rechts. (rote Linie)

Dann zeichnet man dort nach oben, wo der Graph genau eine Zahl „<u>schneidet</u>".

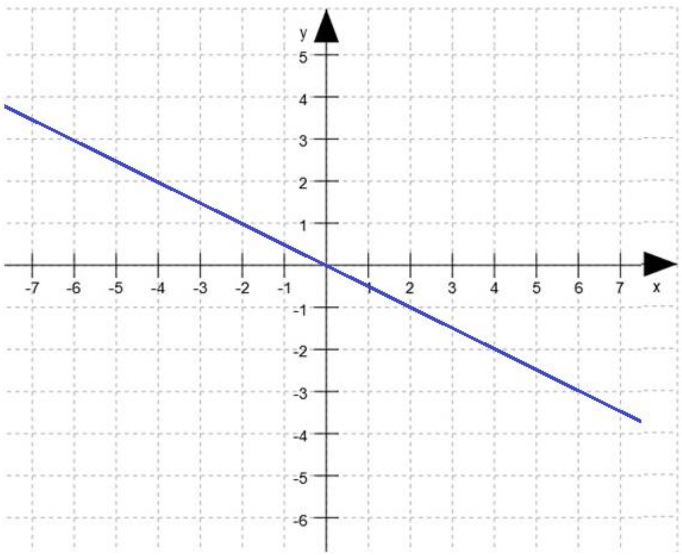


<u>Werte einsetzen:</u> $f(x) = \frac{3}{4}x$

Hilfe 2 Proportionale Funktion Seite 2

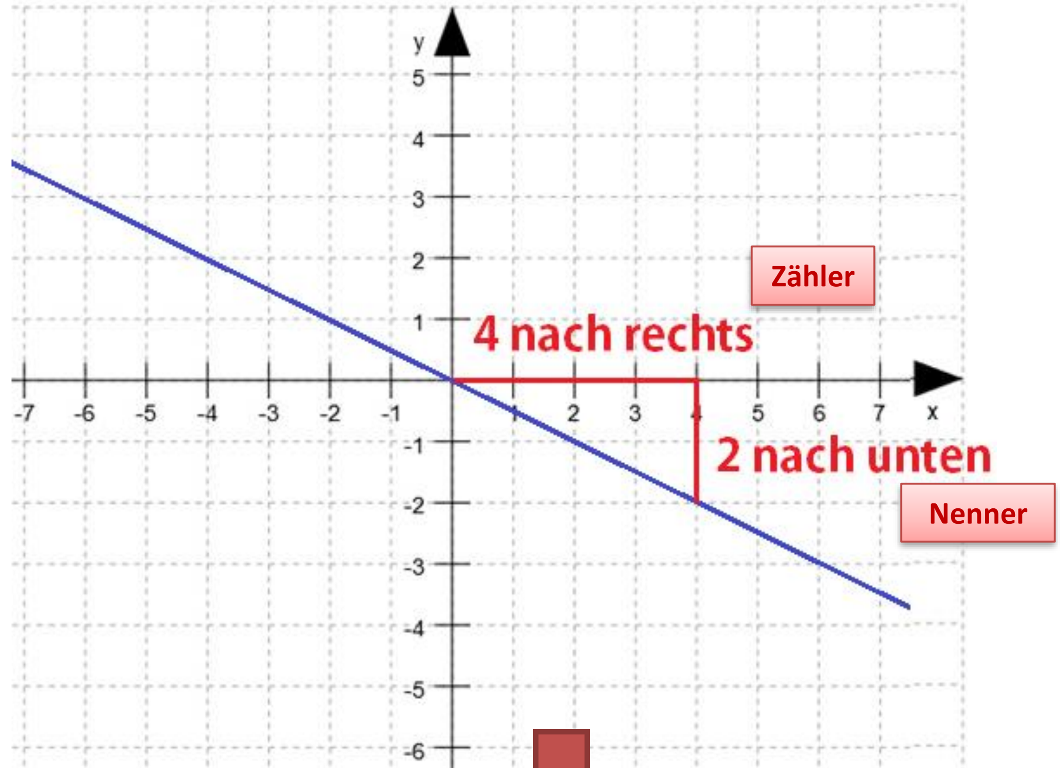
Zuerst schaut man sich den Graphen an. Da er von oben links nach unten rechts verläuft, hat er eine negative Steigung.

Also: f(x) = - …x



Dann zieht man eine Linie vom Nullpunkt aus nach rechts.

Dann zeichnet man dort nach unten, wo der Graph genau eine Zahl „schneidet".



Werte einsetzen: $f(x) = -\frac{2}{4}x$

Hilfe 3 — Lineare Funktion

Graphen Linearer Funktionen verlaufen immer durch einen Punkt der y-Achse. Diesen Punkt nennt man y-Achsenabschnitt. (rot markiert)

Beispiele für Funktionsgleichungen: $f(x) = 3x + 1$ *oder* $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$

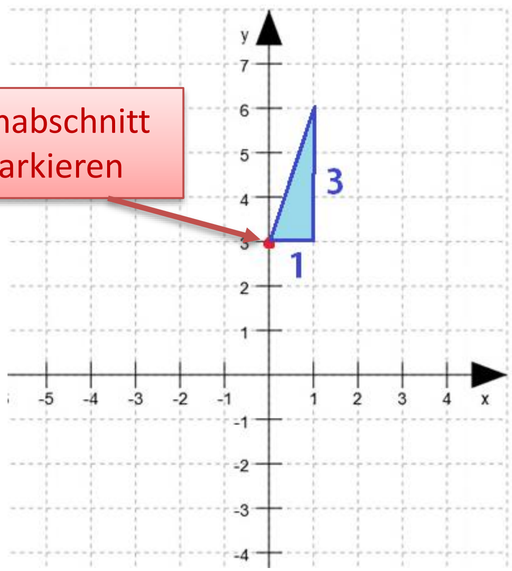
Tipp: Gleichungen ohne Bruch vorher in einen Bruch umwandeln: $f(x) = 3x \rightarrow f(x) = \frac{3}{1}x$

Beispiel: $f(x) = 3x + 3$ *als Bruch schreiben* $f(x) = \frac{3}{1}x + 3$

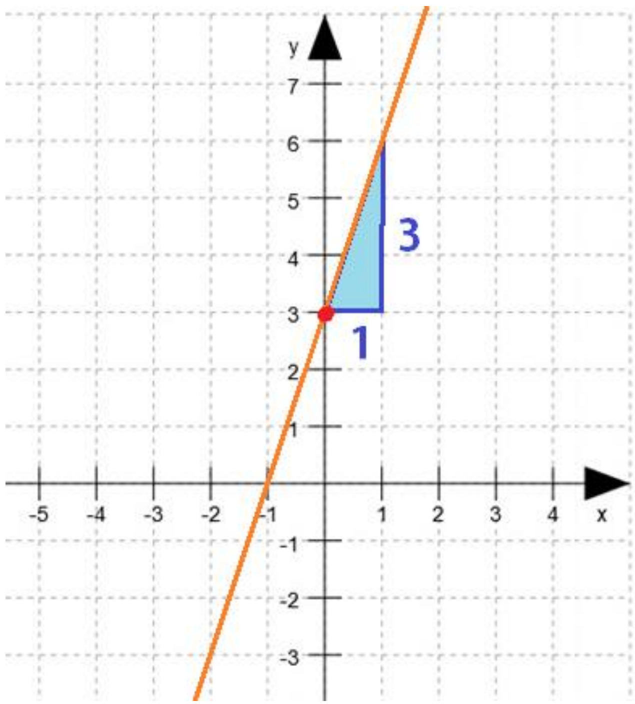
1. Schritt: Steigungsdreieck einzeichnen. Dies zeichnet man immer beim y-Achsenabschnitt ein.

"$\frac{3}{1}$" bedeutet: „1“ nach rechts & „3“ nach oben

y-Achsenabschnitt hier markieren



2. Schritt: Den Graphen entlang des Steigungsdreiecks einzeichnen.



Hilfe 3

Lineare Funktion

Lineare Funktionen können auch eine negative Steigung haben.

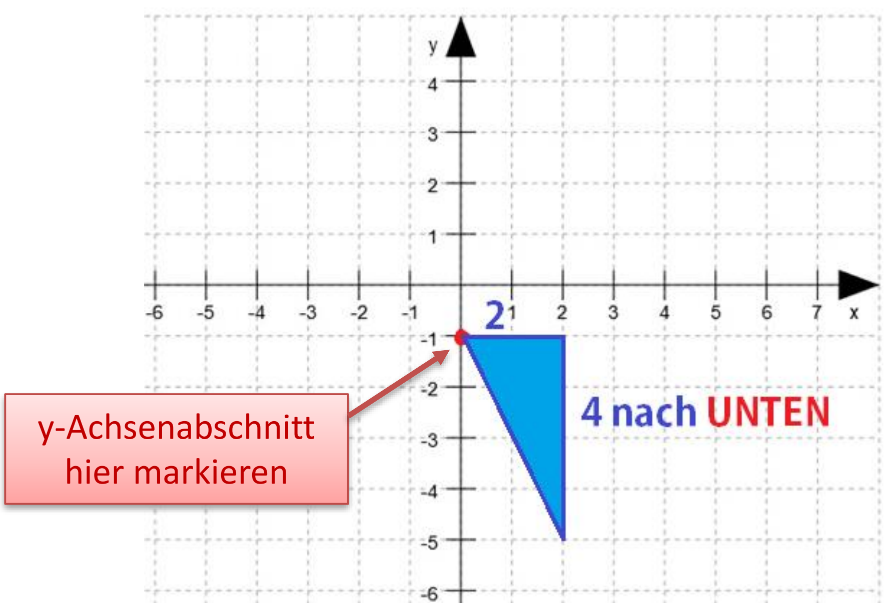
Beispiele: $f(x) = -3x + 1$ *oder* $f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$

Merke: Die Graphen beginnen dann oben links und verlaufen nach unten rechts.

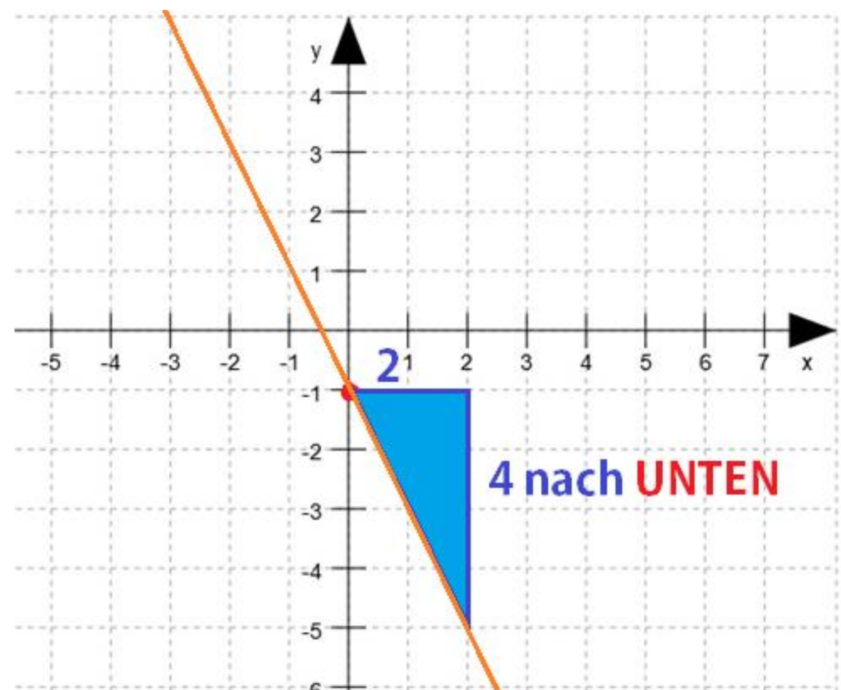
Beispiel: $f(x) = f(x) = -\frac{4}{2}x - 1$

1. Schritt: Steigungsdreieck einzeichnen. Dies zeichnet man immer beim y-Achsenabschnitt ein.

"$-\frac{4}{2}$" bedeutet: „2“ nach rechts & „4“ nach UNTEN



2. Schritt: Den Graphen entlang des Steigungsdreiecks einzeichnen.



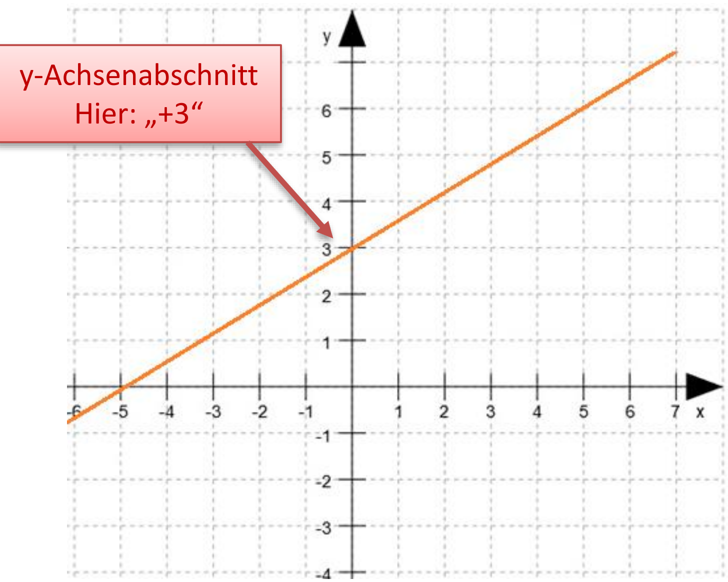
Lineare Funktion

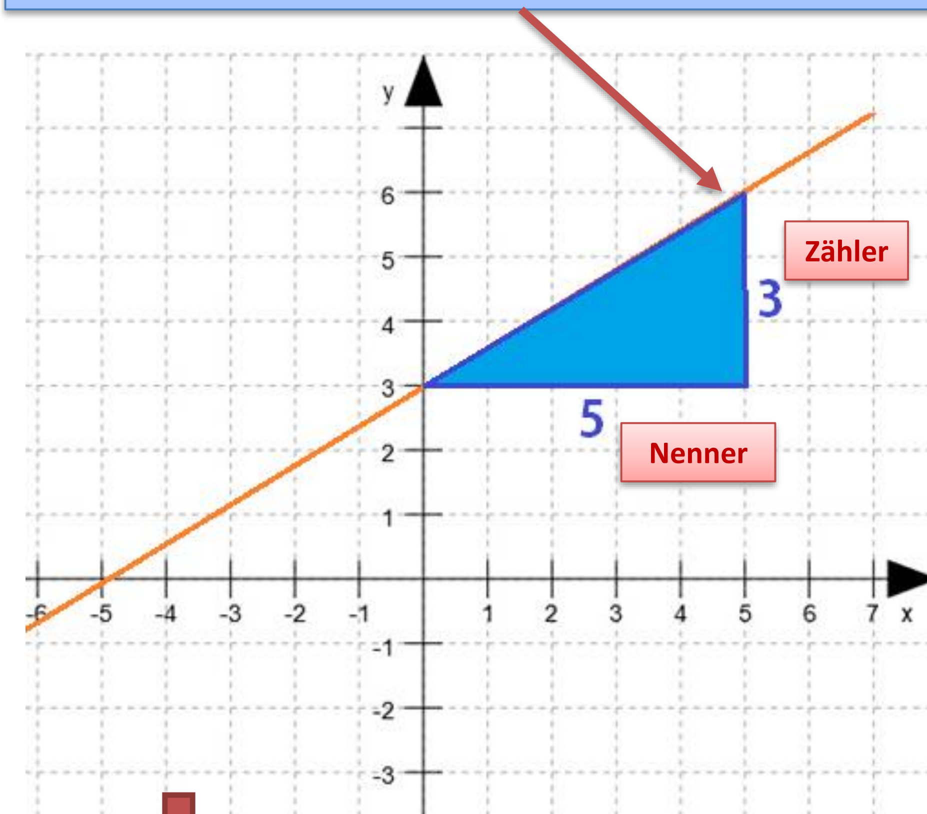
Zuerst schaut man sich den Graphen an. Da er von unten links nach oben rechts verläuft, hat er eine positive Steigung.

Man liest den y-Achsenabschnitt ab und schreibt ihn in die Funktionsgleichung. (siehe unten, Mitte)

Dann zieht man eine Linie vom y-Achsenabschnitt aus nach rechts.

Dann zeichnet man dort nach oben, wo der Graph genau eine Zahl „schneidet".





Werte einsetzen: $f(x) = +\frac{3}{5}x + 3$

Hilfe 4 # Lineare Funktion **Seite 2**

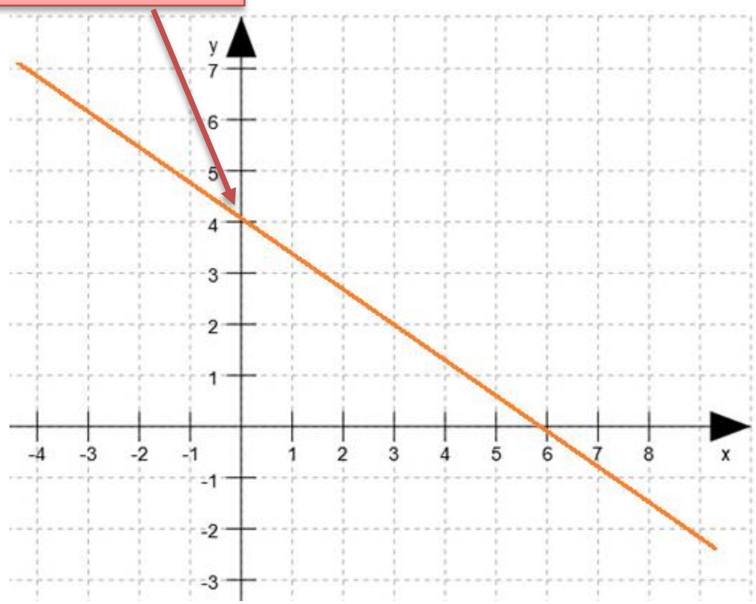
Zuerst schaut man sich den Graphen an. Da er von <u>oben</u> <u>links nach unten rechts</u> verläuft, hat er eine <u>negative</u> Steigung.

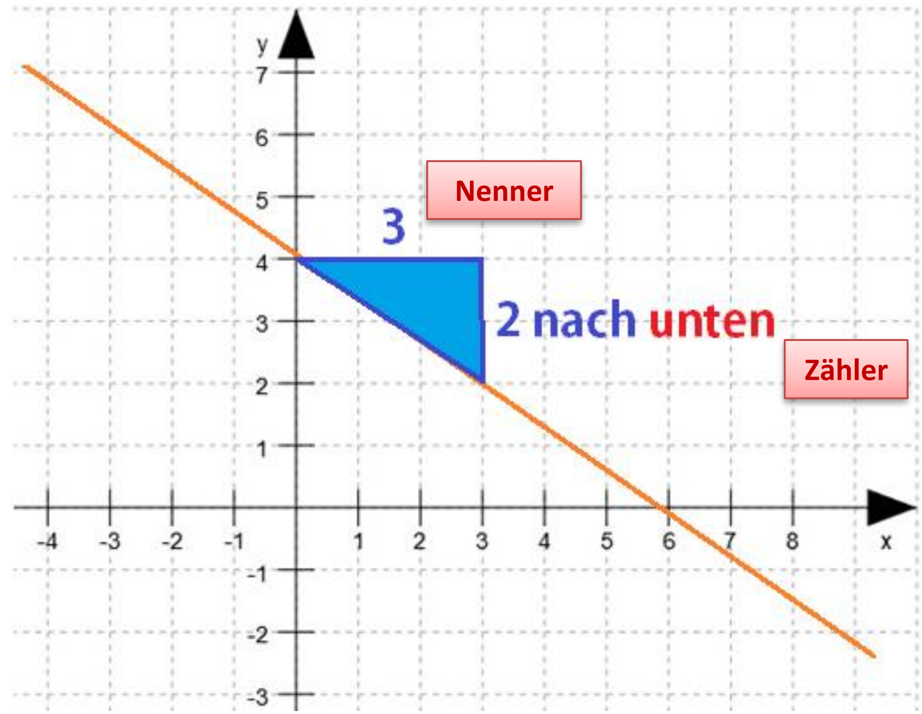
Man liest den y-Achsenabschnitt ab und schreibt ihn in die Funktionsgleichung. (siehe unten, Mitte)

Dann zieht man eine Linie vom y-Achsenabschnitt aus nach rechts.

Dann zeichnet man dort nach unten, wo der Graph genau eine Zahl „schneidet“.

y-Achsenabschnitt
Hier: „+4“





<u>Werte einsetzen:</u> $f(x) = -\frac{2}{3}x + 4$

Textaufgaben

<u>Funktionsgleichungen und alltägliche Dinge</u>

Man kann auch für alltägliche Dinge Funktionsgleichungen aufstellen. Die einzelnen Teile der Funktionsgleichung haben dann eine bestimmte Bedeutung.

$$f(x) = m \cdot x + b$$

Ergebnis

Dieser Wert ist fix und verändert sich nicht

Dieser Wert ist festgelegt und verändert sich, wenn man Zahlen für x einsetzt.
z.B. ein Preis

Der unbekannte Wert (hier kann man dann verschiedene Werte einsetzen)
z.B. Anzahl

<u>Ein Beispiel:</u>

„In einer Pizzeria kostet jede Pizza 6 Euro. Die Lieferung kostet 2 €. Stelle eine Funktionsgleichung für den Gesamtpreis auf"….Nun musst du zuerst überlegen welcher der Buchstaben für was steht:

f(x) → Gesamtpreis

m → 6 € (die sind festgelegt, aber ändern sich wenn sich die Anzahl ändert)

x → Anzahl der bestellten Pizzen

b → 2 € (Lieferung kostet immer gleich viel)

Hier geht's weiter …

Ein Beispiel:

In einer Pizzeria kostet jede Pizza 6 Euro. Die Lieferung kostet 2 €. Stelle eine Funktionsgleichung für den Gesamtpreis auf.

f(x) → Gesamtpreis

m → 6 € (die sind festgelegt, aber ändern sich wenn sich die Anzahl ändert)

x → Anzahl der bestellten Pizzen

b → 2 € (Lieferung kostet immer gleich viel)

↓

Werte für „m" und „b" einsetzen: $f(x) = 6x + 2$

↓

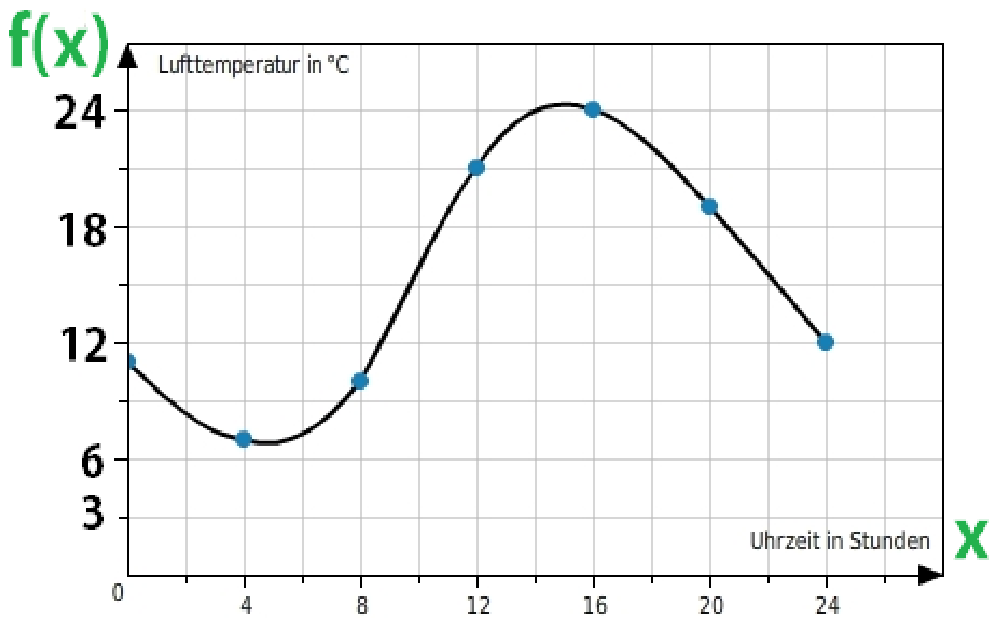
Tipp: Übersetze dir deine Gleichung nochmal in einen Satz. Daran erkennt man, ob er Sinn macht:

$f(x) = 6 \cdot x + 2$

„Gesamtpreis = 6€ · Anzahl der Pizzen + Lieferung".

Station 1	Funktionen	☺

1. Aufgabe:
Funktionen findet man auch im Alltag, wie hier bei „Temperatur". Hier wird einer Uhrzeit genau eine Temperatur zugeordnet. Fülle die Tabelle aus.



Uhrzeit x	0	8	12	16	20
Temperatur f(x)					

2. Aufgabe: Lege für die Funktionsgleichungen eine Wertetabelle von – 2 bis + 3 an und zeichne den Graphen. (Nutze deinen Taschenrechner ☺)

a) $f(x) = 3x - 1$ b) $f(x) = 2x + 2$ c) $f(x) = -2x + 1$ d) $f(x) = \frac{1}{2}x - 4$

x	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	-7	…				

Beispiel: $f(x) = 3x - 1$ Nun alle x-Werte in die Gleichung einsetzen.

$x = -2$ $f(-2) = 3 \cdot (-2) - 1 = -7$

$x = -1$ $f(-1) = 3 \cdot (-1) - 1 = \ldots$

3. Aufgabe: Welche Funktionsgleichungen gehört zu welcher Wertetabelle?

Wie geht das? *Setze 1-2 x-Werte in eine Gleichung ein. Kommt der passende f(x)-Wert heraus gehören sie zueinander. Tipp: „0" und „1" bietet sich immer an…*

x	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	-3	-1	1	3	5	7

$f(x) = 2x + 1$

- $f(0) = 2 \cdot 0 + 1 = 1$
- $f(1) = 2 \cdot 1 + 1 = 3$

Stimmt

a) $f(x) = 3x - 2$

b) $f(x) = 2{,}5x + 1$

c) $f(x) = -2x + 0{,}5$

d) $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$

x	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	-8	-5	-2	1	4	7

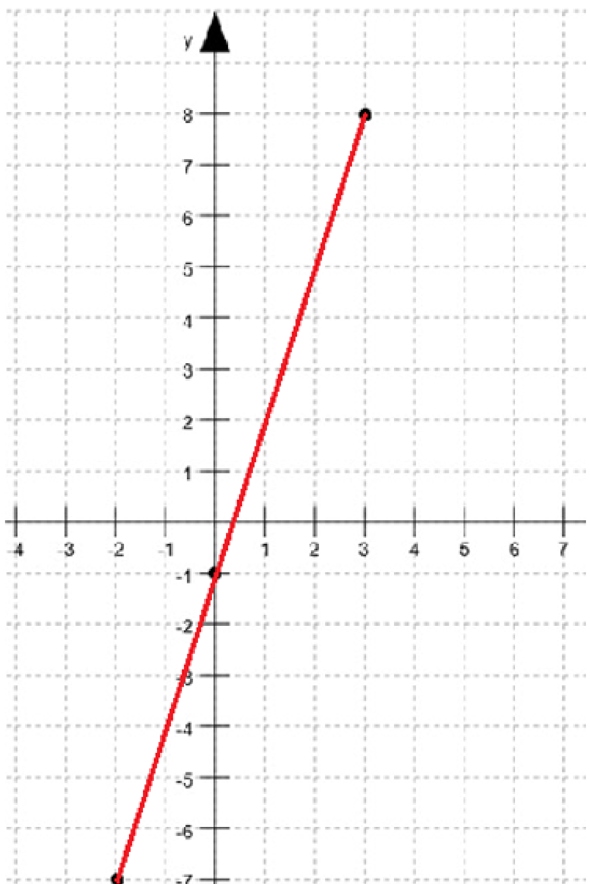
x	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	1	1,5	2	2,5	3	3,5

x	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	4,5	2,5	0,5	-1,5	-3,5	-5,5

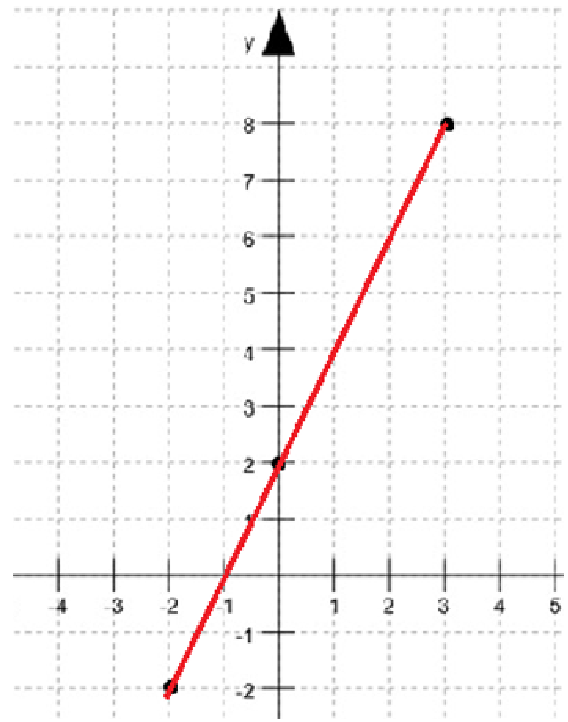
x	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	-4	-1,5	1	3,5	6	8,5

Lösung – Aug. 2

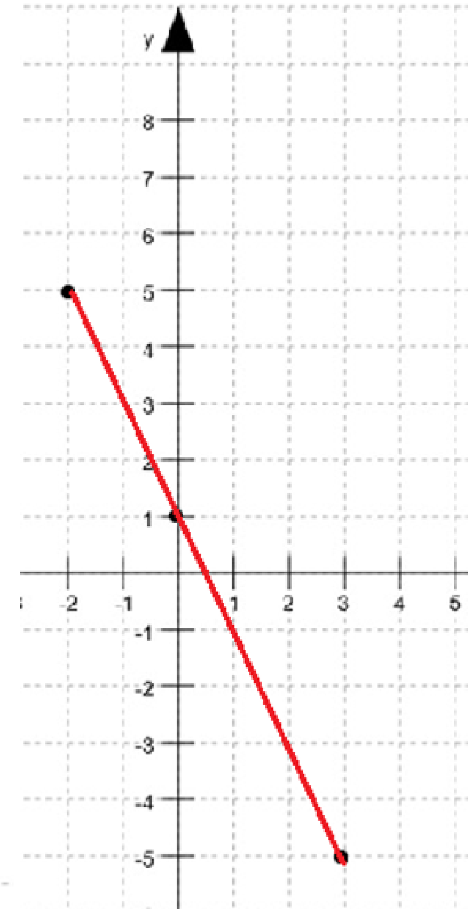
a) $f(x) = 3x - 1$



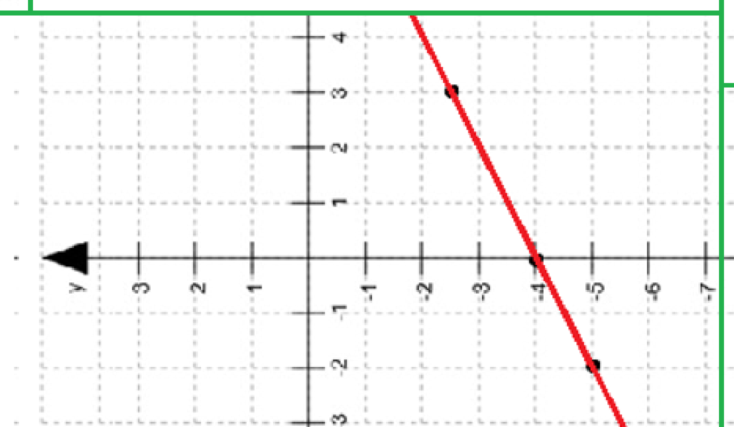
$f(x) = 2x + 2$



c) $f(x) = -2x + 1$



d) $f(x) = \frac{1}{2}x - 4$



Lösung – Aug. 1

Temperatur f(x)	0	8	12	16	20
Uhrzeit x	11	10	21	24	19

Lösung – Aug. 3

a) $f(x) = 3x - 2$

x	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	-8	-5	-2	1	4	7

b) $f(x) = 2{,}5x + 1$

x	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	-4	-1,5	1	3,5	6	8,5

c) $f(x) = -2x + 0{,}5$

x	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	4,5	2,5	0,5	-1,5	-3,5	-5,5

d) $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$

x	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	1	1,5	2	2,5	3	3,5

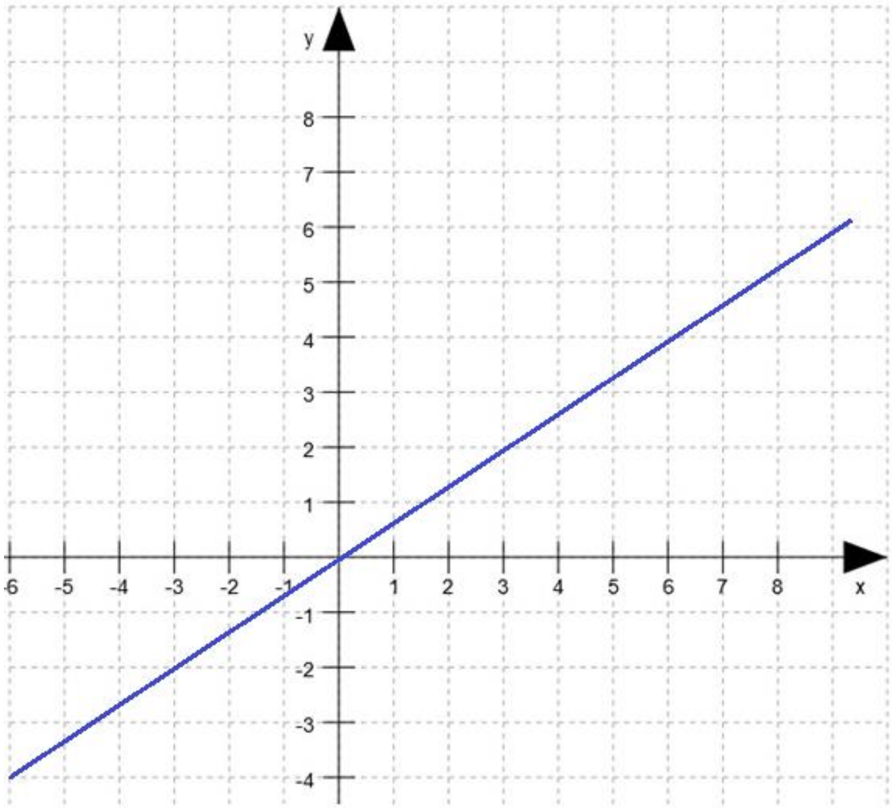
Station 2 | **Proportionale Funktionen** | Hilfe 1
Hilfe 2

1. Aufgabe: Zeichne die Graphen mit Hilfe des Steigungsdreiecks.

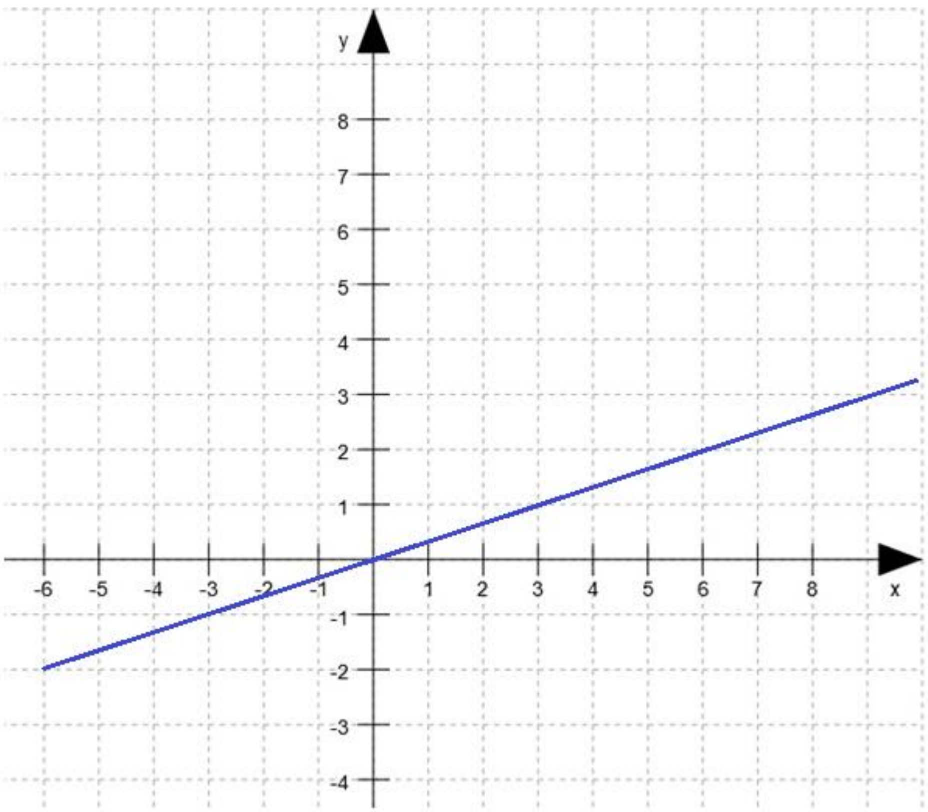
a) $f(x) = 4x$ b) $f(x) = \frac{4}{3}x$ c) $f(x) = -2x$ d) $f(x) = -\frac{1}{2}x$

2. Aufgabe: Gib zu den Geraden eine Funktionsgleichung an. (mit Steigungsdreieck)

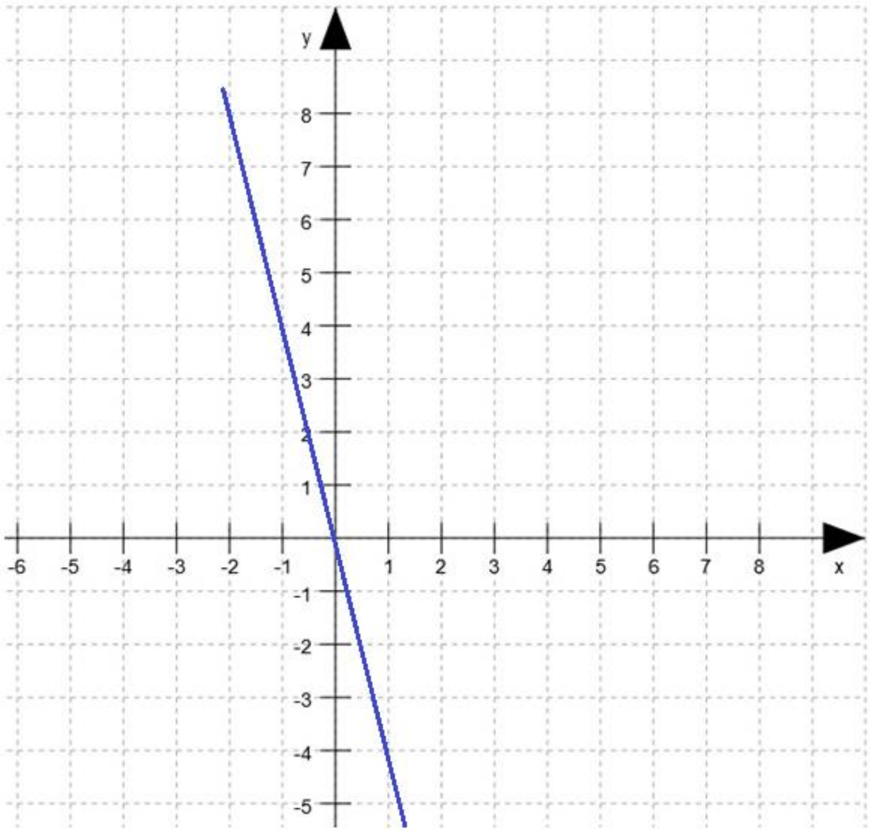
a)



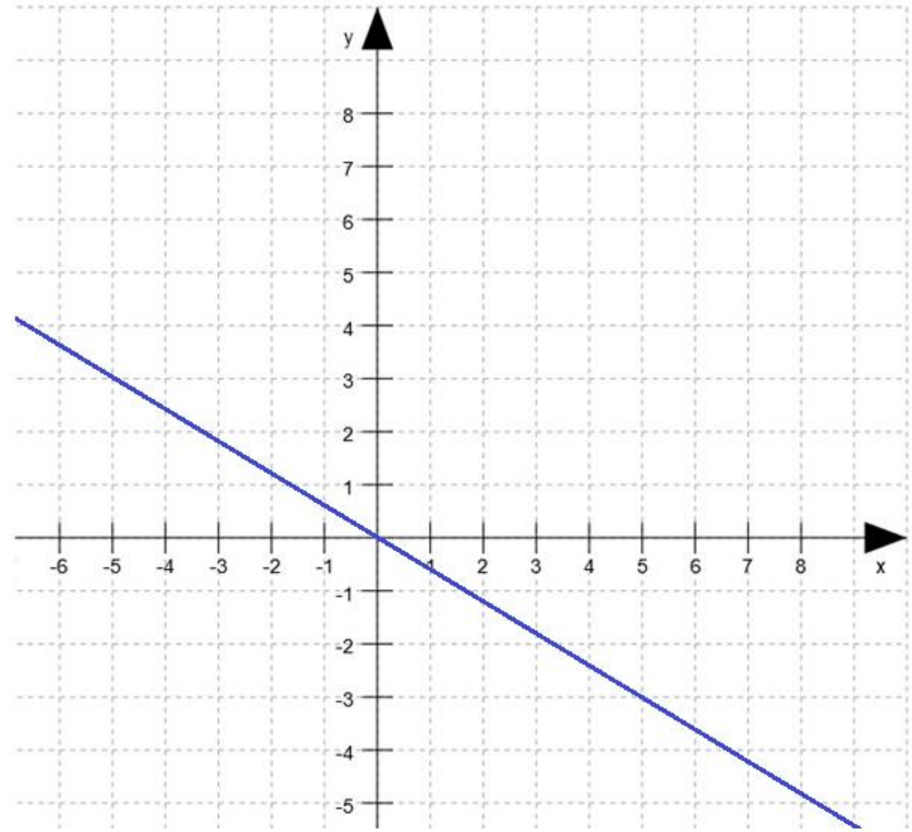
b)



c)



d)



<u>3. Aufgabe:</u> Überprüfe, ob die Punkte auf der Geraden liegen.

<u>Beispiel:</u> ***f(x) = 2x*** Liegt der Punkt P (4/8) auf der Geraden f(x) = 2x?

x f(x)

x = 4 in die Gleichung einsetzen: Kommt „8" raus? f(x) = 2·4 = 8 Ja! Stimmt ☺

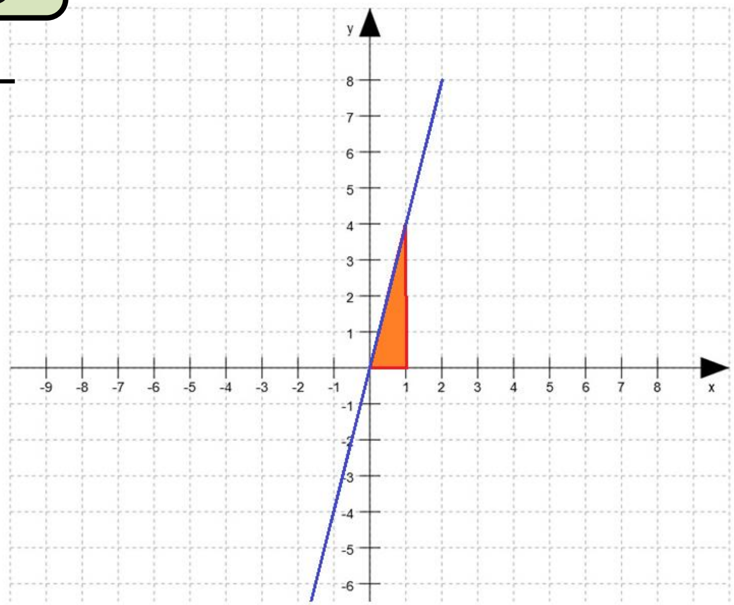
a) f(x) = 4x *P (3/12)* **b) f(x) = 3x** *C (2/7)* **c) f(x) = -0,5x** *A (4/-2)*

d) f(x) = $\frac{3}{4}$x *P (4/3)* **e) f(x) = -0,1x** *P (-20/-2)*

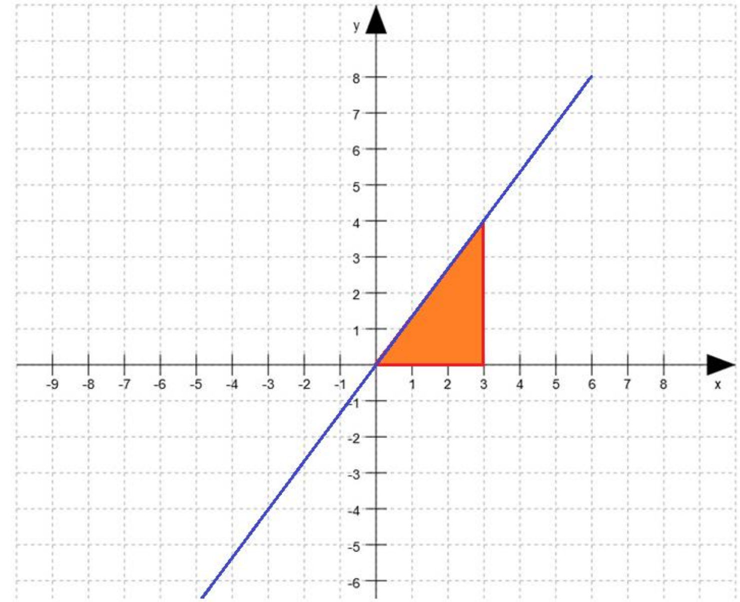
Lösung

Aufgabe 1:

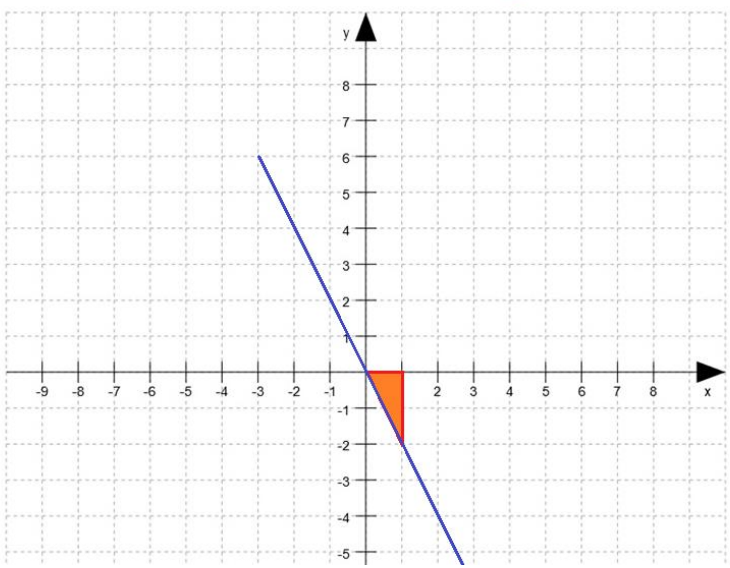
a) $f(x) = 4x = \frac{4}{1}x$



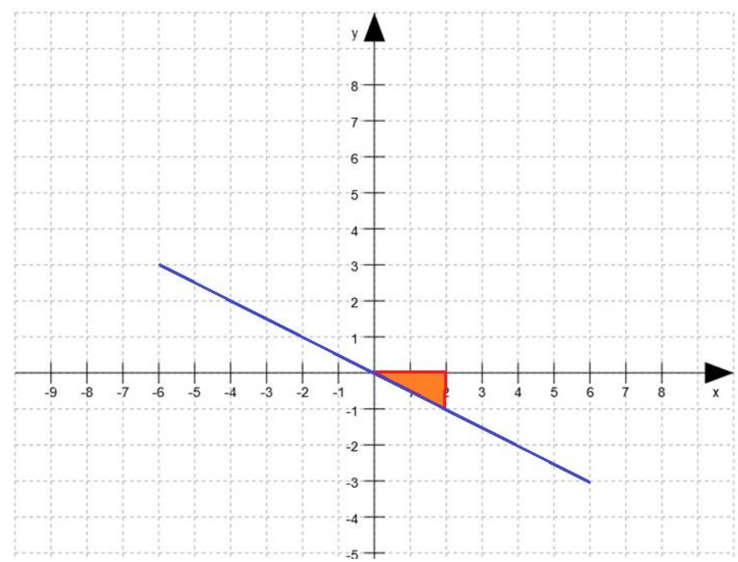
b) $f(x) = \frac{4}{3}x$



c) $f(x) = -2x = -\frac{2}{1}x$



d) $f(x) = -\frac{1}{2}x$



Lösung

Aufgabe 2:

a) $f(x) = \frac{2}{3}x$ *oder* $f(x) = \frac{4}{6}x$

b) $f(x) = \frac{1}{3}x$ *oder* $f(x) = \frac{2}{6}x$

c) $f(x) = -\frac{4}{1}x$ *oder* $f(x) = -4x$

d) $f(x) = -\frac{3}{5}x$

Aufgabe 3:

a) $f(x) = 4x$ *P (3/12)* → $f(x) = 4 \cdot 3 = 12$ **Stimmt**

b) $f(x) = 3x$ *C (2/7)* → $f(x) = 3 \cdot 2 = 6$ **Stimmt nicht**

c) $f(x) = -0{,}5x$ *A (4/-2)* → $f(x) = -0{,}5 \cdot 4 = -2$ **Stimmt**

d) $f(x) = \frac{3}{4}x$ *P (4/3)* → $f(x) = \frac{3}{4} \cdot 4 = 3$ **Stimmt**

e) $f(x) = -0{,}1x$ *P (-20/-2)* → $f(x) = -0{,}1 \cdot (-20) = 2$ **Stimmt nicht**

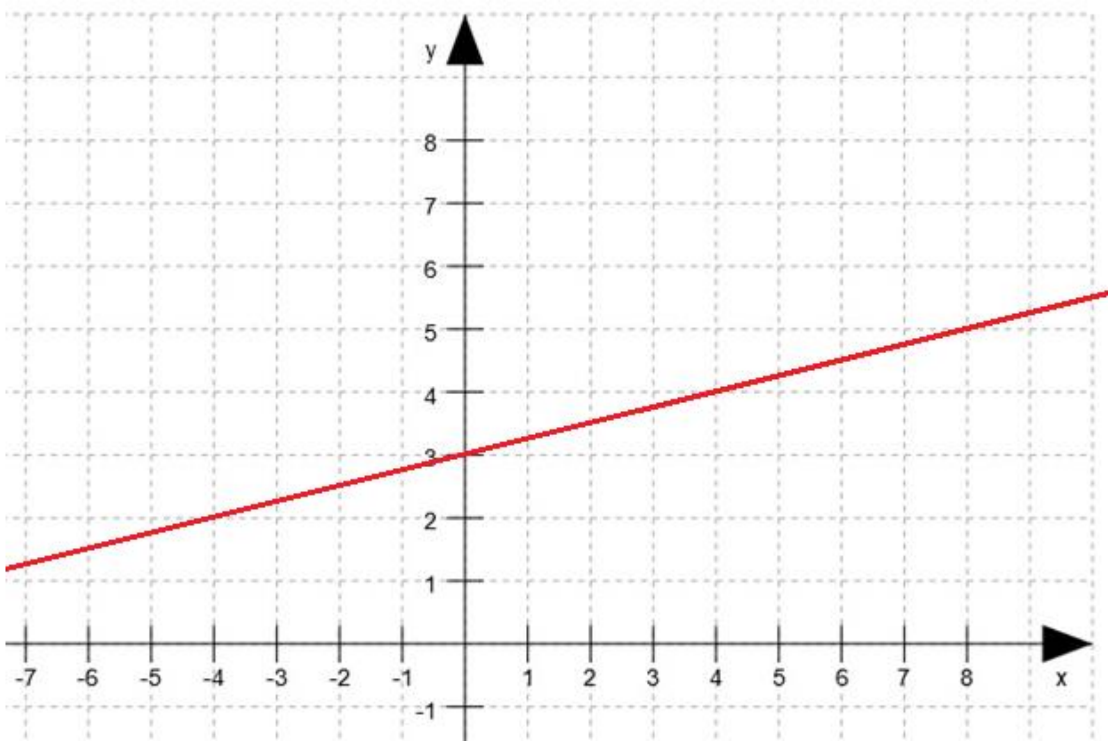
Station 3 | Lineare Funktionen | Hilfe 3
Hilfe 4

<u>1. Aufgabe:</u> Zeichne die Graphen mit Hilfe des Steigungsdreiecks.

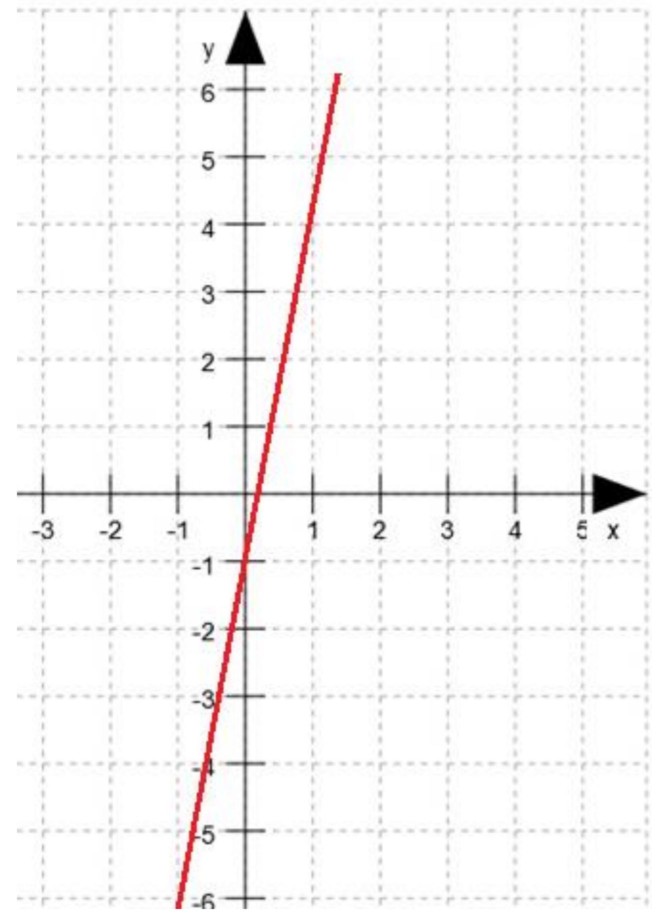
a) $f(x) = 2x - 1$ **b)** $f(x) = \frac{1}{3}x + 2$ **c)** $f(x) = 3x - 5$ **d)** $f(x) = -2x + 4$ **e)** $f(x) = -\frac{6}{7}x + 5$

<u>2. Aufgabe:</u> Gib zu den Geraden eine Funktionsgleichung an. (mit Steigungsdreieck)

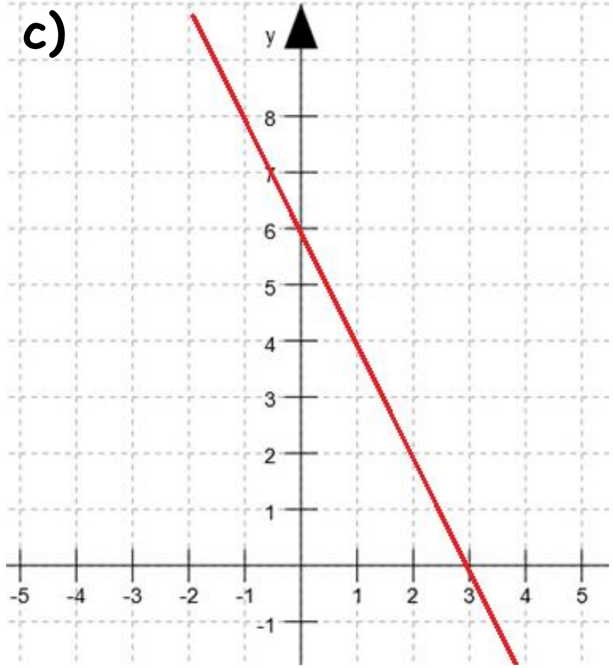
a)



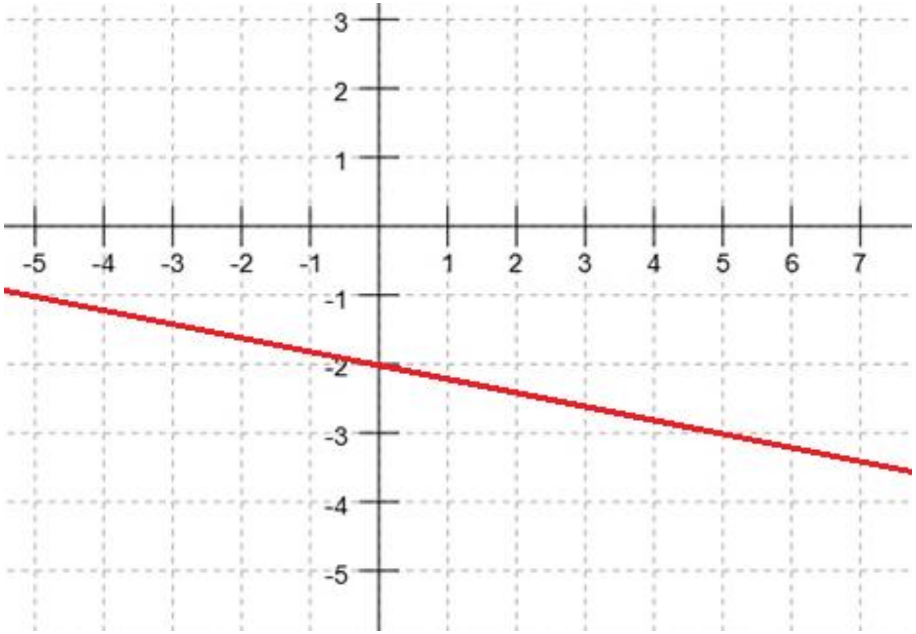
b)



c)



d)



<u>3. Aufgabe:</u> Bestimme die Funktionsgleichung von folgenden linearen Funktionen.

a) Der Graph besitzt die Steigung 3 und geht durch den Punkt P (1/7).

b) Der Graph besitzt die Steigung -2 und geht durch den Punkt P (3/5).

c) Der Graph besitzt die Steigung 5 und geht durch den Punkt P (4/10).

d) Der Graph besitzt die Steigung $-\frac{1}{2}$ und geht durch den Punkt P (6/2).

<u>Beispiel:</u> Der Graph besitzt die Steigung 2 und geht durch den Punkt P (5/12). Merke – Es gilt: P (x/f(x))

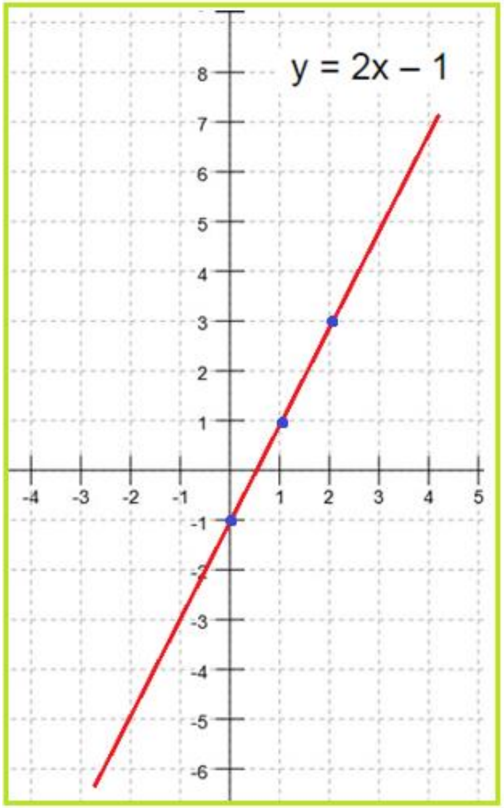
Die Grundform der linearen Funktion lautet: $f(x) = m \cdot x + b$ (m → Steigung)

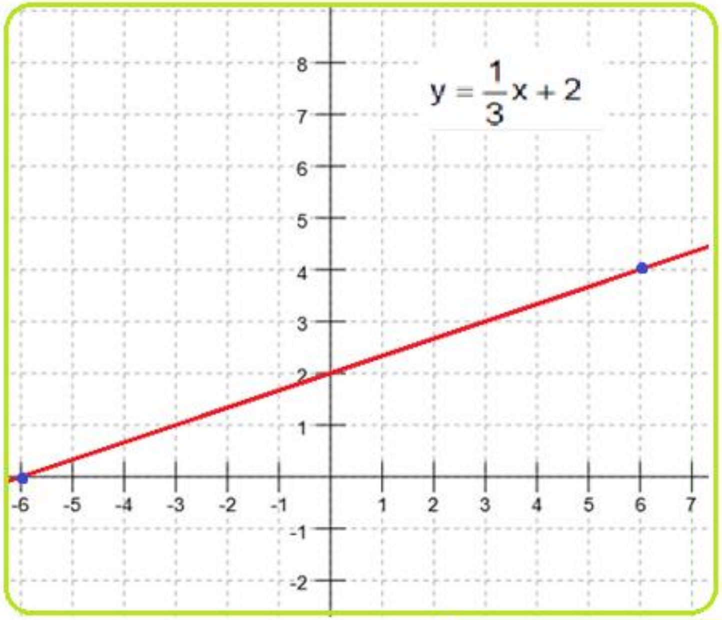
Nun setzt du die 3 gegebenen Werte für „m“, „x“ und „y“ in die Grundform ein und löst die Gleichung:

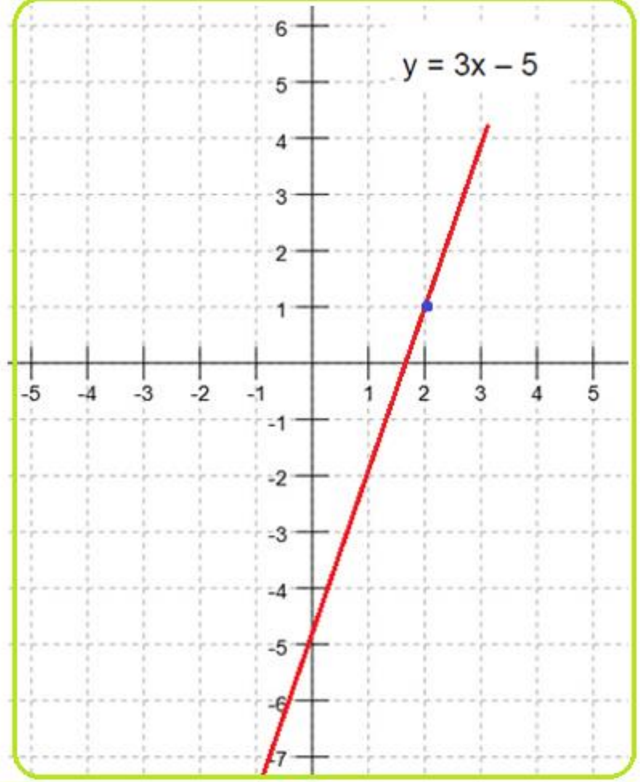
$12 = 2 \cdot 5 + b$ → $12 = 10 + b$ → $12 - 10 = b$ → $\underline{b = 2}$

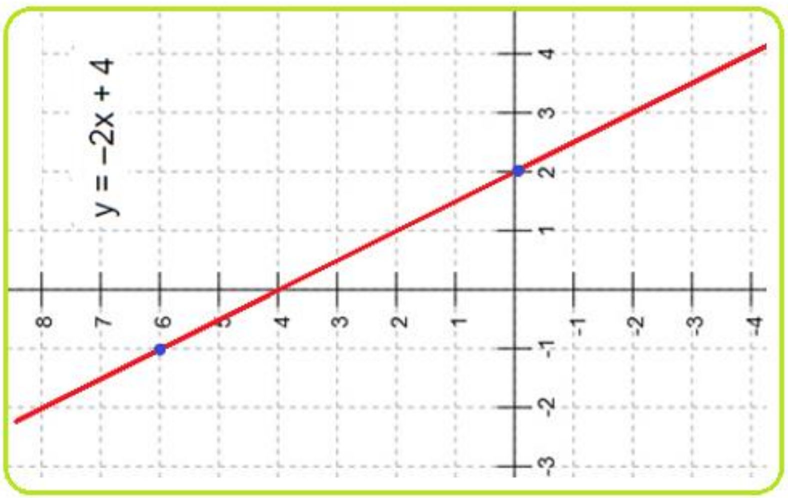
„b“ und „m“ in die Grundform einsetzen: $f(x) = 2x + 2$ *Fertig ☺*

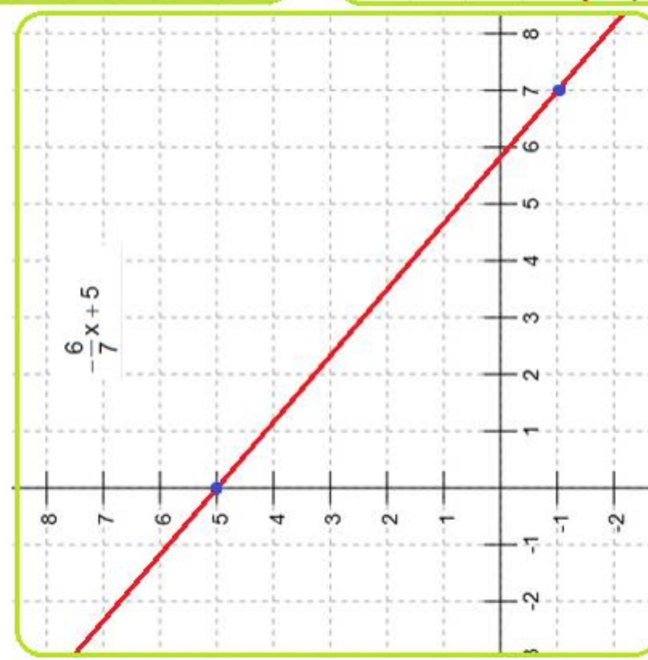
Lösung











Lösung

Aufgabe 2:

a) $f(x) = \frac{1}{4}x + 3$

b) $f(x) = \frac{5}{1}x - 1 \quad = \quad 5x - 1$

c) $f(x) = -\frac{2}{1}x + 6 = -\frac{4}{2}x + 6 = -2x + 6$

d) $f(x) = -\frac{1}{5}x - 2$

3. Aufgabe:

a) Steigung 3; Punkt P (1/7).

$7 = 3 \cdot 1 + b$

$7 = 3 + b$

$7-3 = b$

$b = 4 \quad \rightarrow$ $f(x) = 3x + 4$

b) Steigung -2; Punkt P (3/5).

$5 = -2 \cdot 3 + b$

$5 = -6 + b$

$5+6 = b$

$b = 11 \quad \rightarrow$ $f(x) = -2x + 11$

c) Steigung 5; Punkt P (4/10).

$10 = 5 \cdot 4 + b$

$10 = 20 + b$

$10-20 = b$

$b = -10 \quad \rightarrow$ $f(x) = 5x - 10$

d) Steigung $-\frac{1}{2}$; Punkt P (6/2).

$2 = -\frac{1}{2} \cdot 6 + b$

$2 = -3 + b$

$2+3 = b$

$b = 5 \quad \rightarrow$ $f(x) = -\frac{1}{2}x + 5$

Station 4 — Textaufgaben — Hilfe 5

Aufgabe 1: Eine Putzfrau verdient pro Stunde 12 €. Für die Anfahrt bekommt sie 5 €.

a) Stelle eine Funktionsgleichung für die Gesamtkosten auf.

b) Wie viel muss der Auftraggeber für 5 Stunden bezahlen?

Aufgabe 2: Sina möchte ein schönes Bad nehmen. Sie hat zuerst 10 Liter richtig heißes Wasser in die Wanne eingefüllt. Nun füllt sie noch den Rest mit lauwarmem Wasser. Pro Minute sind das 5 Liter.

a) Stelle eine Funktionsgleichung auf für das Füllen der Wanne (Füllmenge) auf.

b) Wie lange dauert es noch, wenn in die Wanne 60 Liter Wasser passen?

Aufgabe 3: Thomas und Sascha machen beide eine Fahrradtour. Das Ziel ist 90 km von Thomas entfernt.

a) Thomas startet zu Hause und fährt durchschnittlich 30 km/h. Stelle eine Funktionsgleichung für seine zurückgelegte Gesamtstrecke auf. (Tipp: Hier gibt's in der Gleichung kein „…+b" am Ende)

b) Wie lange braucht Thomas bis zum Ziel?

c) Sascha ist früher gestartet und hat 10 km Vorsprung.. Er fährt durchschnittlich 20 km/h. Stelle eine Gleichung für seine zurückgelegte Gesamtstrecke auf.

d) Nach wie vielen Stunden wird Sascha von Thomas überholt?

Aufgabe 4: Clara arbeitet für eine Versicherung und hat jeden Monat ein Gehalt von 1500 €. Für jeden Versicherungsvertrag, den sie abschließt bekommt sie weitere 50 € Bonus.

a) Stelle eine Funktionsgleichung für ihr Gesamtgehalt auf.

b) Emma arbeitet für eine andere Versicherung und hat ein festes Gehalt von 2100 €. Sie bekommt leider keinen Bonus. Beschreibe welche Gehaltsregelung du besser findest. Ab wann ist Claras Regelung besser?

Lösung

Aufgabe 1:

a) $f(x) = 12x + 5$ → Gesamtkosten = 12 € · Stunden + 5 € *(für die Anfahrt)*

b) $f(x) = 12 \cdot 5 + 5 =$ 65 €

Aufgabe 2:

a) $f(x) = 5x + 10$ → Füllmenge = 5 Liter · Minuten + 10 Liter *(die schon in der Wanne sind)*

b) $60 = 5x + 10$ → x muss 10 sein, damit die Gleichung stimmt. → x = 10 (10 Minuten)
$60 - 10 = 5x$
$50 = 5x$
$x = 10$

Aufgabe 3:

a) $f(x) = 30x$ → Zurückgelegte Strecke = 30 km · Stunde
b) 90 km = $30x$ → x muss 3 sein, damit die Gleichung stimmt → x = 3 (3 Stunden)
c) $f(x) = 20x + 10$ → Zurückgel. Strecke = 20 km · Stunde + 10 km *(da er Vorsprung hat)*
d) *Nach 1 Stunde wird Sascha überholt, weil dann beide 30 km geschafft haben.*
Thomas ist dann 30 km gefahren. Sascha zwar nur 20 km, aber er hat ja 10 km Vorsprung.

Aufgabe 4:

a) $f(x) = 50x + 1500$ → Gesamtgehalt = 50 € · Anzahl der Verträge + 1500 € (festes Gehalt)
b) Emmas Regelung ist eigentlich gut, da man immer ein festes und gutes Gehalt hat.
Claras Regelung ist besser bzw. genauso gut, wenn sie mindestens 12 Verträge abschließt:
→ Gesamtgehalt = 50 € · 12 + 1500 € = 2100 €

Station 5	Textaufgaben 2	Hilfe 5 Tipp

Aufgabe 1: Toni möchte sich ein neues Handy kaufen. Er hat schon 500 € gespart. Bei seinem Job verdient er 7 €/Stunde.

a) Stelle eine Funktionsgleichung für sein gesamtes Gespartes (inkl. seines Jobs) auf.

b) Das Handy kostet 780 €. Wie viele Stunden muss er dafür noch arbeiten? (siehe Tipp) (Mit „Gleichung umstellen" lösen)

Aufgabe 2: Die Bahn bietet zwei verschiedene Bahnkarten an. Karte 1 ist kostet 50 €/Monat und pro Fahrt 5 €. Karte 2 kostet 70 € und jede Fahrt 4 €.

a) Stelle jeweils eine Funktionsgleichung für den gesamten monatlichen Preis beider Karten auf.

b) Welche Karte lohnt sich bei 10 Fahrten im Monat eher?

c) Ab wie vielen Fahrten lohnt sich die Karte 2 mehr als die Karte 1? (siehe Tipp)

Aufgabe 3: Hier siehst du eine Tabelle mit 3 Reisen.

a) Stelle eine Funktionsgleichung für den Preis jeder Reise auf.

b) Welche Reise ist für eine Woche am günstigsten?

c) Du hast 1000 € zur Verfügung. Welche Reise bietet sich dann an? (siehe Tipp)

	Reise 1	Reise 2	Reise 3
Flug	450 €	300 €	600 €
Hotel/Nacht	40 €	55 €	35€

Lösung

Aufgabe 1:

a) $f(x) = 7x + 500$

b) $780 = 7x + 500$

$780 - 500 = 7x$

$280 = 7x$

$x = 40$ → 40 Stunden

Aufgabe 2:

a) Karte 1: $f(x) = 5x + 50$ Karte 2: $f(x) = 4x + 70$

b) Karte 1: $f(x) = 5 \cdot 10 + 50 = 100$ € Karte 2: $f(x) = 4 \cdot 10 + 70 = 110$ €

c) $5x + 50 = 4x + 70$

$5x - 4x = 70 - 50$

$x = 20$ → Ab 20 bzw. 21 Stunden

Aufgabe 3:

a) Reise 1: $f(x) = 40x + 450$ Reise 2: $f(x) = 55x + 300$ Reise 3: $f(x) = 35x + 600$

b) Reise 1: $f(x) = 40 \cdot 7 + 450 = 730$ € Reise 2: $f(x) = 55 \cdot 7 + 300 = 685$ €

Reise 3: $f(x) = 35 \cdot 7 + 600 = 845$ €

c) $1000 = 40x + 450$

$1000 - 450 = 40x$

$550 = 40x$

$x = 13{,}75$ → Reise 1: ca. 14 Tage

Reise 2: 12,7 = ca. 13 Tage

Reise 3: 11,4 = ca. 11 Tage

Tipp

Aufgabe 1:

780 € in die Gleichung einsetzen und umstellen:

$f(x) = 7x + 500$

$780 = 7x + 500$

$780 - 500 = 7x$

....

Aufgabe 2:

b) Setze für x die 10 ein und vergleiche.

c) Versuche es durch probieren oder stelle beide Gleichungen gegenüber und stelle um.

$5x + 50 = 4x + 70$

...

Aufgabe 3:

Setze für f(x) die 1000 € in alle Gleichungen ein und stelle dann nach x um.